

Herzlich willkommen zur Demo der mathepower.de – Aufgabensammlung

Um sich schnell innerhalb der ca. 350.000 Mathematikaufgaben zu orientieren,
benutzen Sie unbedingt das

Lesezeichen

Ihres Acrobat-Readers: Das Icon finden Sie in der **links stehenden Leiste**.

Bitte beachten Sie:

Im Original können Sie alle einzelnen Dateien als WORD-, pdf- oder Open-Office-
Dokument aufrufen.

Die aktuellen Preise entnehmen Sie bitte unserer homepage. Weitere Fragen
beantworten wir Ihnen gerne unter ☎ 04639 98360.

Michael Lobsien
Geschäftsführer mathepower.de

Bedingte Wahrscheinlichkeit 1 – 6

Aufgabe:	Lernvoraussetzungen:
Aufgabe 01	Satz von Bayes, Gegenwahrscheinlichkeit, Pfadregel
Aufgabe 02	Satz von Bayes, Pfadregel
Aufgabe 03	Satz von Bayes, Pfadregel
Aufgabe 04	Satz von Bayes, Pfadregel
Aufgabe 05	Satz von Bayes, Pfadregel
Aufgabe 06	Satz von Bayes, Pfadregel

mathpower.de

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 01

Es sei bekannt, dass 92% der in einem Werk hergestellten Taschenlampen einwandfrei sind. In der Endkontrolle werden 5% der einwandfreien und 98% der fehlerhaften Taschenlampen aussortiert.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine nicht aussortierte Taschenlampe einwandfrei ist?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine aussortierte Taschenlampe tatsächlich fehlerhaft ist?

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 02

Bei der letzten Wahl entfielen 30% der Stimmen auf die Partei „Fortschritt“, 60% der Stimmen auf die Partei „Gerechtigkeit“ und 10% auf die Partei „Zukunft“. Unter den Wählern waren Jungwählerinnen und –wähler und Altwählerinnen und –wähler. Jungwählerinnen und –wähler waren bei der Partei „Fortschritt“ 2% ihrer Wähler, bei der Partei „Gerechtigkeit“ 1% ihrer Wähler und bei der Partei „Zukunft“ 15% ihrer Wähler.

Man hat eine Jungwählerin vor sich

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Partei „Zukunft“ gewählt hat?

mathepower.de

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 03

In einer Fabrik werden Batterien produziert. Es gibt zwei Maschinen A und B. 30% der defekten Batterien der gesamten Tagesproduktion beider Maschinen stammen von Maschine A. 20% der guten Batterien der gesamten Tagesproduktion beider Maschinen stammen von Maschine B. 6% der Tagesproduktion von A sind defekte Batterien. Eine Batterie wird zufällig aus der gesamten Tagesproduktion ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie defekt ist?
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie von Maschine A stammt?

mathepower.de

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 04

In einer Fabrik füllen zwei Maschinen Cornflakes in Portionspackungen ab. Bei der Prüfung der Tagesproduktion beider Maschinen stellt sich heraus, dass 0,3% der von Maschine A und 0,8% der von Maschine B abgefüllten Packungen weniger als die vorgegebene Füllmenge enthalten.

60% der unzureichend befüllten Packungen der Tagesproduktion stammen von Maschine A.

Wie viel Prozent der Tagesproduktion stammt von Maschine A?

Wie viel Prozent der Packungen der Tagesproduktion sind unzureichend gefüllt?

mathepower.de

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 05

Die Hälfte der Fahrgäste in der 1. Klasse des ICE besteht aus jungen Menschen. Jeder zweite junge Mensch hat ein Handy. Von den Menschen, die nicht jung sind, hat nur jeder dritte ein Handy.

Im Zug meldet sich bei der Nachbarin ein Handy. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie jung ist?

mathepower.de

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 06

Zwei Maschinen produzieren Stahlkugeln. Dabei ist 3% der Tagesproduktion der ersten Maschine Ausschuss und 8% der zweiten Maschine Ausschuss. 60% der defekten Kugeln der gesamten Tagesproduktion der beiden Maschinen stammen von der ersten Maschine.

Wie viel Prozent der Tagesproduktion stammt von der ersten Maschine?

Wie viel Prozent der Tagesproduktion ist Ausschuss?

mathepower.de

Demo

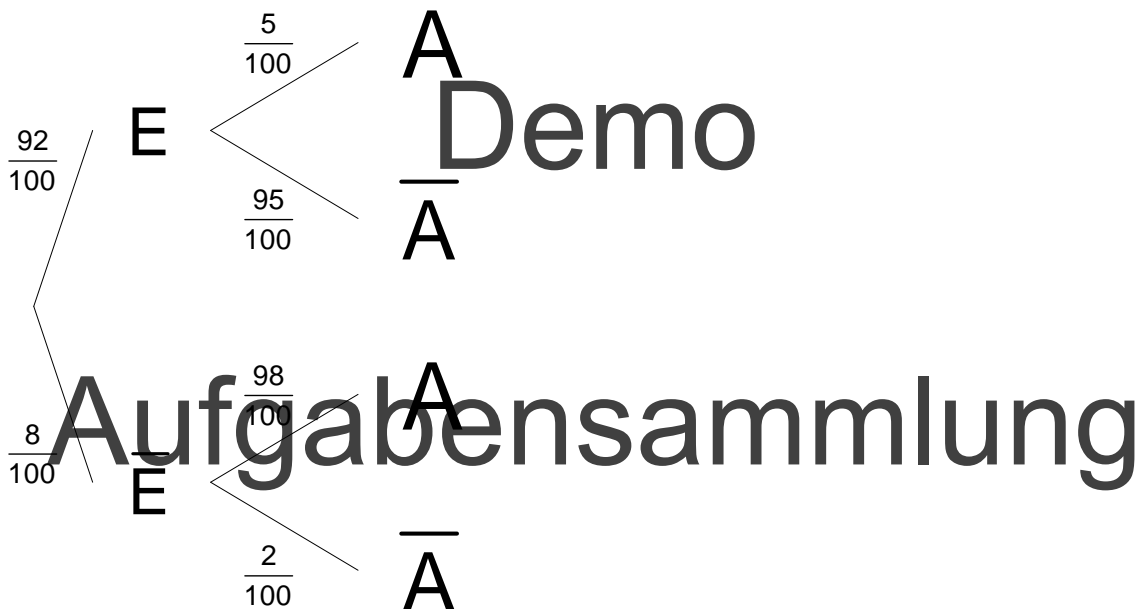
Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 01 – Lösung

Es sei bekannt, dass 92% der in einem Werk hergestellten Taschenlampen einwandfrei sind. In der Endkontrolle werden 5% der einwandfreien und 98% der fehlerhaften Taschenlampen aussortiert.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine nicht aussortierte Taschenlampe einwandfrei ist?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine aussortierte Taschenlampe tatsächlich fehlerhaft ist?

E: einwandfrei
A: aussortiert



a)

gesucht: $W(E|\bar{A})$

$$W(E|\bar{A}) = \frac{W(E \cap \bar{A})}{W(\bar{A})}$$

$$= \frac{\frac{92}{100} \cdot \frac{95}{100}}{\frac{92}{100} \cdot \frac{95}{100} + \frac{8}{100} \cdot \frac{2}{100}}$$

mathepower.de

$$\approx 0,998$$

$$= 99,8\%$$

b)

gesucht: $W(\bar{E}|A)$

$$W(\bar{E}|A) = \frac{W(\bar{E} \cap A)}{W(A)}$$

$$= \frac{\frac{8}{100} \cdot \frac{98}{100}}{\frac{92}{100} \cdot \frac{5}{100} + \frac{8}{100} \cdot \frac{98}{100}}$$

Aufgabensammlung

$$\approx 0,63$$

$$= 63\%$$

Demo

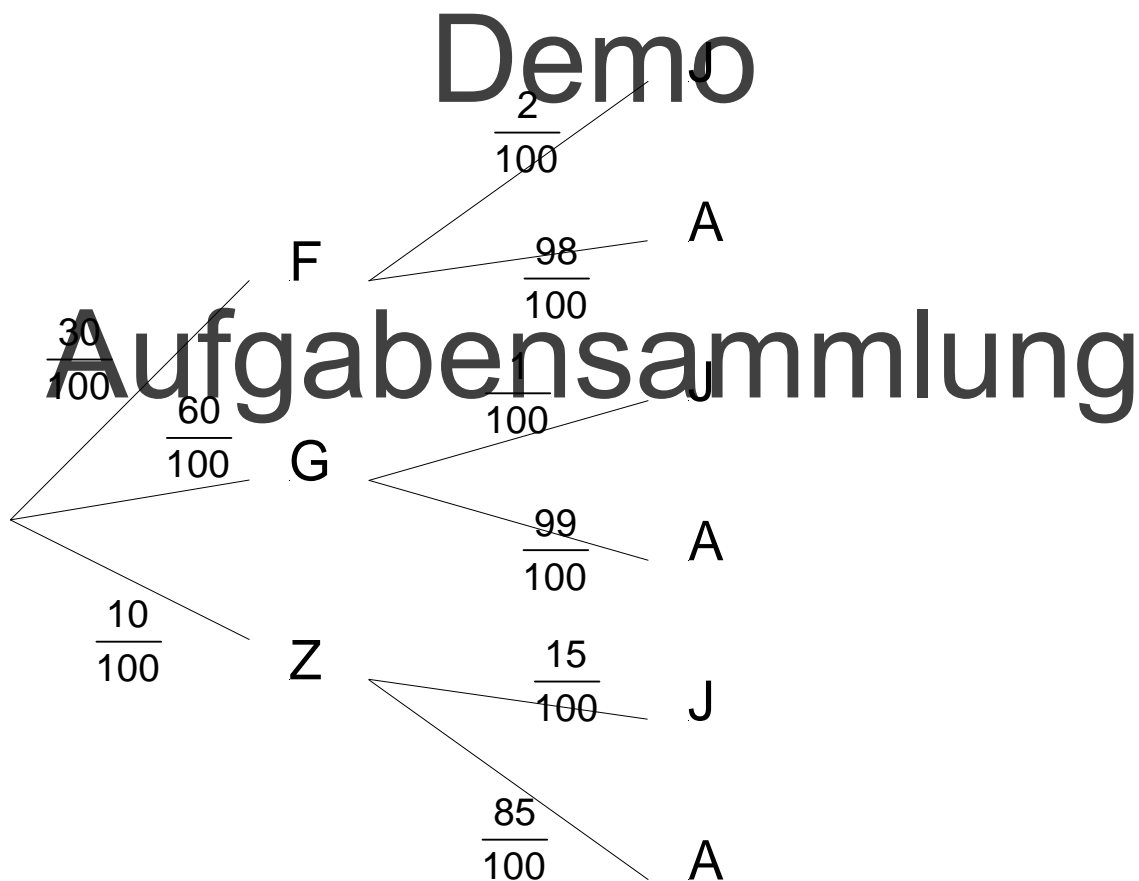
Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 02 – Lösung

Bei der letzten Wahl entfielen 30% der Stimmen auf die Partei „Fortschritt“, 60% der Stimmen auf die Partei „Gerechtigkeit“ und 10% auf die Partei „Zukunft“. Unter den Wählern waren Jungwählerinnen und –wähler und Altwählerinnen und –wähler. Jungwählerinnen und –wähler waren bei der Partei „Fortschritt“ 2% ihrer Wähler, bei der Partei „Gerechtigkeit“ 1% ihrer Wähler und bei der Partei „Zukunft“ 15% ihrer Wähler.

Man hat eine Jungwählerin vor sich.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Partei „Zukunft“ gewählt hat?

F: Partei „Fortschritt“
G: Partei „Gerechtigkeit“
Z: Partei „Zukunft“

J: Jungwählerinnen und -wähler
A: Altwählerinnen und -wähler



gesucht: $W(Z|J)$

$$W(Z|J) = \frac{W(Z \cap J)}{W(J)}$$

$$= \frac{\frac{30}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{10}{100} \cdot \frac{15}{100}}{\frac{60}{100} + \frac{40}{100}}$$

mathepower.de

$$= \frac{5}{9}$$

$$\approx 0,56$$

$$= 56\%$$

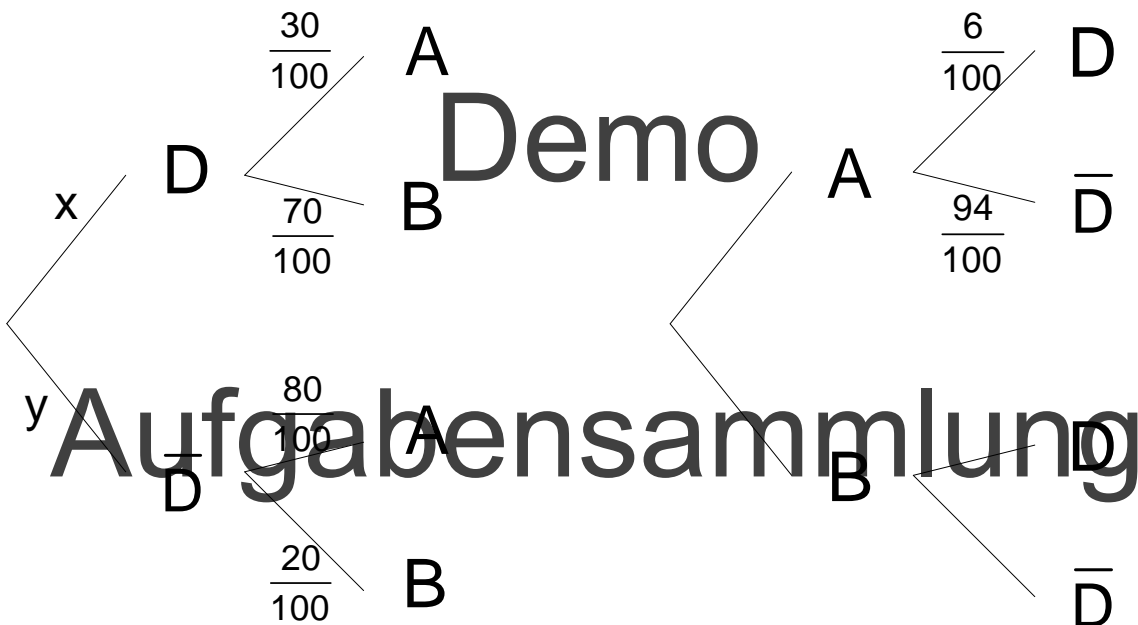
Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 03 – Lösung

In einer Fabrik werden Batterien produziert. Es gibt zwei Maschinen A und B. 30% der defekten Batterien der gesamten Tagesproduktion beider Maschinen stammen von Maschine A. 20% der guten Batterien der gesamten Tagesproduktion beider Maschinen stammen von Maschine B. 6% der Tagesproduktion von A sind defekte Batterien. Eine Batterie wird zufällig aus der gesamten Tagesproduktion ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie defekt ist? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie von Maschine A stammt?

- A: Maschine A
- B: Maschine B
- D: defekt



Gesucht: $W(D)$ und $W(A)$

$$W(D) = x$$

$$W(\bar{D}) = y = 1 - x$$

$$W(A) = x \cdot \frac{30}{100} + y \cdot \frac{80}{100}$$

$$= x \cdot \frac{30}{100} + (1-x) \cdot \frac{80}{100}$$

mathpower.de

$$W(D|A) = \frac{W(D \cap A)}{W(A)}$$

$$\frac{6}{100} = \frac{x \cdot \frac{30}{100}}{x \cdot \frac{30}{100} + (1-x) \cdot \frac{80}{100}}$$

$$\frac{6}{100} \cdot \left(x \cdot \frac{30}{100} + (1-x) \cdot \frac{80}{100} \right) = x \cdot \frac{30}{100}$$

$$\frac{6}{100} \cdot \left(x \cdot \frac{30}{100} + \frac{80}{100} - x \cdot \frac{80}{100} \right) = x \cdot \frac{30}{100}$$

$$x \cdot \frac{180}{10000} + \frac{480}{10000} - x \cdot \frac{480}{10000} = x \cdot \frac{30}{100}$$

Aufgabensammlung

$$\frac{480}{10000} = x \cdot \left(\frac{30}{100} - \frac{180}{10000} + \frac{480}{10000} \right)$$

$$\frac{480}{10000} = x \cdot \frac{3300}{10000}$$

$$x = \frac{480}{3300} = \frac{8}{55}$$

$$W(D) = x = \frac{8}{55}$$

$$\approx 0,145$$

$$= 14,5\%$$

$$W(A) = x \cdot \frac{30}{100} + (1-x) \cdot \frac{80}{100}$$

$$= \frac{8}{55} \cdot \frac{30}{100} + \frac{47}{55} \cdot \frac{80}{100}$$

$$= \frac{8}{11}$$

$$\approx 0,73$$

$$= 73\%$$

mathpower.de

Demo

Aufgabensammlung

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 04 – Lösung

In einer Fabrik füllen zwei Maschinen Cornflakes in Portionspackungen ab. Bei der Prüfung der Tagesproduktion beider Maschinen stellt sich heraus, dass 0,3% der von Maschine A und 0,8% der von Maschine B abgefüllten Packungen weniger als die vorgegebene Füllmenge enthalten.

60% der unzureichend befüllten Packungen der Tagesproduktion stammen von Maschine A.

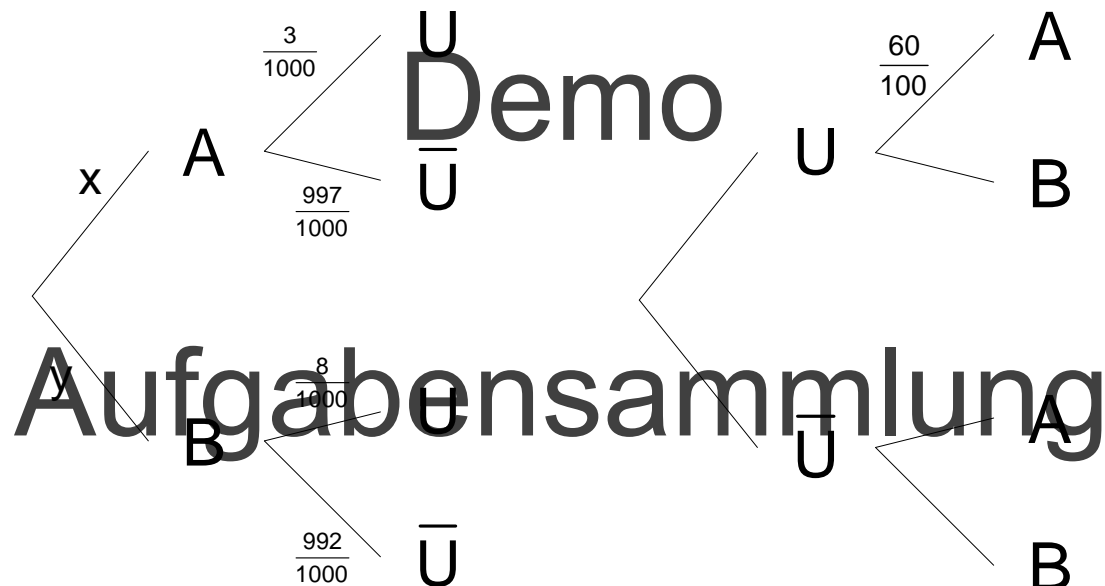
Wie viel Prozent der Tagesproduktion stammt von Maschine A?

Wie viel Prozent der Packungen der Tagesproduktion sind unzureichend gefüllt?

A: Maschine A

B: Maschine B

U: unzureichend gefüllt



gesucht: $W(A)$ und $W(U)$

$$W(A) = x$$

$$W(U) = x \cdot \frac{3}{1000} + y \cdot \frac{8}{1000}$$

$$= x \cdot \frac{3}{1000} + (1-x) \cdot \frac{8}{1000}$$

mathepower.de

$$W(A|U) = \frac{W(A \cap U)}{W(U)}$$

$$\frac{60}{100} = \frac{x \cdot \frac{3}{1000}}{x \cdot \frac{3}{1000} + (1-x) \cdot \frac{8}{1000}}$$

$$\frac{60}{100} \cdot \left(x \cdot \frac{3}{1000} + (1-x) \cdot \frac{8}{1000} \right) = x \cdot \frac{3}{1000}$$

$$\frac{60}{100} \cdot \left(x \cdot \frac{3}{1000} + \frac{8}{1000} - x \cdot \frac{8}{1000} \right) = x \cdot \frac{3}{1000}$$

$$x \cdot \frac{180}{100000} + \frac{480}{100000} - x \cdot \frac{480}{100000} = x \cdot \frac{3}{1000}$$

$$\frac{480}{100000} = x \cdot \left(\frac{3}{1000} - \frac{180}{100000} + \frac{480}{100000} \right)$$

Aufgabensammlung

$$\frac{480}{100000} = x \cdot \frac{600}{100000}$$

$$\frac{480}{600} = x$$

$$x = \frac{4}{5}$$

$$W(A) = x = \frac{4}{5} = 80\%$$

$$W(U) = x \cdot \frac{3}{1000} + (1-x) \cdot \frac{8}{1000}$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{1000} + \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{1000}$$

$$= \frac{4}{1000} = 0,004 = 0,4\%$$

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Lösung

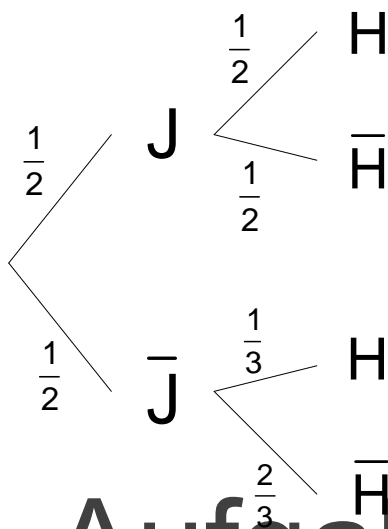
Die Hälfte der Fahrgäste in der 1. Klasse des ICE besteht aus jungen Menschen. Jeder zweite junge Mensch hat ein Handy. Von den Menschen, die nicht jung sind, hat nur jeder dritte ein Handy.

Im Zug meldet sich bei der Nachbarin ein Handy. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie jung ist?

mathepower.de

J: jung

H: Handy



Demo

Aufgabensammlung

gesucht: $W(J|H)$

$$W(J|H) = \frac{W(J \cap H)}{W(H)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}$$

$$= \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$$

Modell: Bedingte Wahrscheinlichkeit – Aufgabe 06 – Lösung

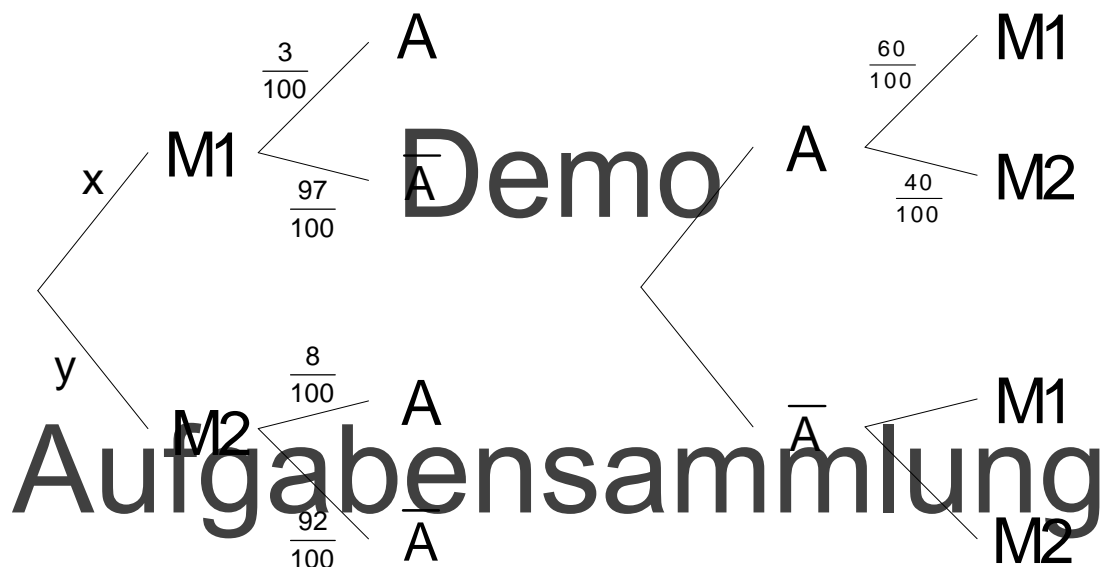
Zwei Maschinen produzieren Stahlkugeln. Dabei ist 3% der Tagesproduktion der ersten Maschine Ausschuss und 8% der zweiten Maschine Ausschuss. 60% der defekten Kugeln der gesamten Tagesproduktion der beiden Maschinen stammen von der ersten Maschine.

Wie viel Prozent der Tagesproduktion stammt von der ersten Maschine?

Wie viel Prozent der Tagesproduktion ist Ausschuss?

mathepower.de

- M1: erste Maschine
- M2: zweite Maschine
- A: Ausschuss



gesucht: $W(M1)$ und $W(A)$

$$W(M1) = x$$

$$W(A) = x \cdot \frac{3}{100} + y \cdot \frac{8}{100}$$

$$= x \cdot \frac{3}{100} + (1-x) \cdot \frac{8}{100}$$

mathepower.de

$$W(M1|A) = \frac{W(M1 \cap A)}{W(A)}$$

$$\frac{60}{100} = \frac{x \cdot \frac{3}{100}}{x \cdot \frac{3}{100} + (1-x) \cdot \frac{8}{100}}$$

$$\frac{60}{100} \cdot \left(x \cdot \frac{3}{100} + (1-x) \cdot \frac{8}{100} \right) = x \cdot \frac{3}{100}$$

$$\frac{60}{100} \cdot \left(x \cdot \frac{3}{100} + \frac{8}{100} - x \cdot \frac{8}{100} \right) = x \cdot \frac{3}{100}$$

$$x \cdot \frac{180}{10000} + \frac{480}{10000} - x \cdot \frac{480}{10000} = x \cdot \frac{3}{100}$$

$$\frac{480}{10000} = x \cdot \left(\frac{3}{100} - \frac{180}{10000} + \frac{480}{10000} \right)$$

Aufgabensammlung

$$\frac{480}{10000} = x \cdot \frac{600}{10000}$$

$$\frac{480}{600} = x$$

$$x = \frac{4}{5}$$

$$W(M1) = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

$$W(A) = x \cdot \frac{3}{100} + (1-x) \cdot \frac{8}{100}$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{100} + \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{100}$$

$$= \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%$$