

## Herzlich willkommen zur Demo der mathepower.de – Aufgabensammlung

Um sich schnell innerhalb der ca. 350.000 Mathematikaufgaben zu orientieren,  
benutzen Sie unbedingt das

### Lesezeichen

Ihres Acrobat-Readers: Das Icon finden Sie in der **links stehenden Leiste**.

**Bitte beachten Sie:**

Im Original können Sie alle einzelnen Dateien als WORD-, pdf- oder Open-Office-Dokument aufrufen.

Die aktuellen Preise entnehmen Sie bitte unserer homepage. Weitere Fragen beantworten wir Ihnen gerne unter ☎ 04639 98360.

Michael Lobsien  
Geschäftsführer mathepower.de

## Unendliche geometrische Reihen

1. Berechne die Summe der unendlichen geometrischen Reihe.

a) $a_1 = 4; q = \frac{2}{3}$	b) $a_1 = 4; q = \frac{3}{5}$	c) $a_1 = 4,5; q = \frac{4}{5}$	d) $a_1 = 2; q = -\frac{2}{5}$
e) $a_1 = -\frac{1}{5}; q = \frac{1}{2}$	f) $a_1 = \frac{3}{4}; q = \frac{2}{5}$	g) $a_1 = \frac{9}{10}; q = 0,7$	h) $a_1 = -5; q = -\frac{2}{7}$
i) $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$	j) $s_n = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots$	k) $s_n = 2 - \frac{4}{3} + \frac{8}{9} - \dots$	

2. Schreibe als Bruch.

a) $0,\overline{5}$	b) $0,\overline{7}$	c) $0,\overline{27}$	d) $0,\overline{07}$
e) $0,\overline{127}$	f) $0,\overline{638}$	g) $0,\overline{27}$	h) $0,\overline{3842}$

3. In ein Quadrat mit der Kantenlänge  $a = 6$  cm wird ein Kreis einbeschrieben, in diesen wieder ein Quadrat usw.

- a) Berechne die Summe der Flächeninhalte aller Quadrate bzw. Kreise.  
b) Berechne die Summe der Umfänge aller Kreise bzw. Quadrate.

4. In ein Quadrat mit der Seitenlänge  $a = 10$  cm wird ein zweites Quadrat so einbeschrieben, dass man die Mittelpunkte der Seiten des Ausgangsquadrate miteinander verbindet. In das so entstandene Quadrat wird in gleicher Weise ein neues Quadrat einbeschrieben. Dieser Vorgang wird unendlich oft wiederholt.

- a) Wie groß ist die Summe der Flächeninhalte aller Quadrate?  
b) Wie groß ist die Summe der Umfänge aller Quadrate?

5. Ein PKW, der einem Moped folgt, hat zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Abstand von 1 200 m. Die Geschwindigkeit des Pkws ist doppelt so groß wie die des Mopeds.

- a) Wann wird der PKW das Moped eingeholt haben?  
b) Wie viel Zeit benötigt der PKW dafür, wenn er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h fährt?

## Unendliche geometrische Reihe

Eine geometrische Reihe, deren Anzahl der Glieder  $n \rightarrow \infty$  geht (man sagt:  $n$  geht gegen unendlich), heißt unendliche geometrische Reihe.

Ist bei einer unendlichen geometrischen Reihe  $q > 1$ , so wächst  $s_n$  über alle Grenzen.  
Ist bei einer unendlichen geometrischen Reihe  $q < 1$ , so gilt:

$$s_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

# mathepower.de

### Beispiel:

Berechne die Summe der unendlichen Reihe:

$$s_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

Gegeben:  $a_1 = 1$ ;  $q = \frac{1}{2}$

$$s_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$s_n = 2$$

# Demo

# Aufgabensammlung

## Unendliche geometrische Reihen – Lösungen

1. Berechne die Summe der unendlichen geometrischen Reihe.

a)  $a_1 = 4; q = \frac{2}{3}$       b)  $a_1 = 4; q = \frac{3}{5}$       c)  $a_1 = 4,5; q = \frac{4}{5}$       d)  $a_1 = 2; q = -\frac{2}{5}$

$s_n = \frac{4}{1 - \frac{2}{3}} = 12$        $s_n = \frac{4}{1 - \frac{3}{5}} = 10$        $s_n = \frac{9}{1 - \frac{4}{5}} = 45$        $s_n = \frac{2}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{10}{3}$

e)  $a_1 = -\frac{1}{5}; q = \frac{1}{2}$       f)  $a_1 = -\frac{3}{4}; q = -\frac{2}{5}$       g)  $a_1 = \frac{9}{10}; q = -0,7$       h)  $a_1 = -5; q = -\frac{2}{7}$

$s_n = \frac{-\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{2}} = -\frac{2}{5} = -0,4$        $s_n = \frac{-\frac{3}{4}}{1 - \frac{2}{5}} = -\frac{15}{7}$        $s_n = \frac{0,9}{1 - 0,7} = \frac{9}{10}$        $s_n = \frac{-5}{1 - \frac{2}{7}} = -\frac{35}{5} = -7$

i)  $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$       j)  $s_n = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots$       k)  $s_n = 2 - \frac{4}{3} + \frac{8}{9} - \dots$

$s_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$        $s_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$        $s_n = \frac{2}{1 - \frac{2}{3}} = 6$

$(a_1 = 1; q = \frac{1}{2})$        $(a_1 = 1; q = -\frac{1}{4})$        $(a_1 = 2; q = -\frac{2}{3})$

2. Schreibe als Bruch.

## Aufgabensammlung

a)  $0,\overline{5}$       b)  $0,\overline{7}$       c)  $0,\overline{27}$       d)  $0,\overline{07}$

$a_1 = \frac{5}{10}; q = \frac{1}{10}$        $a_1 = \frac{7}{10}; q = \frac{1}{10}$        $a_1 = \frac{27}{100}; q = \frac{1}{100}$        $a_1 = \frac{7}{100}; q = \frac{1}{100}$

$s_n = \frac{\frac{5}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{5}{9}$        $s_n = \frac{\frac{7}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{7}{9}$        $s_n = \frac{\frac{27}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{27}{99}$        $s_n = \frac{\frac{7}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{7}{99}$

e)  $0,1\overline{27}$       f)  $0,6\overline{38}$       g)  $0,2\overline{7}$       h)  $0,38\overline{42}$

$s_n = \frac{127}{999}$        $s_n = \frac{638}{999}$        $s_n = \frac{2}{10} + \frac{7}{90} = \frac{5}{18}$        $s_n = 0,38 + \frac{42}{1000} = \frac{951}{2475}$

3. In ein Quadrat mit der Kantenlänge  $a = 6$  cm wird ein Kreis einbeschrieben, in diesen wieder ein Quadrat usw.

a) Berechne die Summe der Flächeninhalte aller Quadrate bzw. Kreise.

b) Berechne die Summe der Umfänge aller Kreise bzw. Quadrate.

a) Für die Flächen der Quadrate gilt:

$$s_n = 36 + 18 + 9 + \dots = 72$$

Für die Flächen der Kreise gilt:

$$s_n = 9\pi + 4,5\pi + \dots \approx 56,55$$

Die Summe der Flächeninhalte ist ca.  $128,55 \text{ cm}^2$ .

b) Für die Umfänge der Quadrate gilt:

$$s_n = 4 \cdot \sqrt{36} + 4 \cdot \sqrt{18} + \dots$$

$$q = \sqrt{0,5}$$

$$s_n = \frac{24}{1 - \sqrt{0,5}} \approx 81,94 \text{ cm}$$

Für die Umfänge der Kreise gilt:

$$s_n = 2\sqrt{9} \cdot \pi + 2\sqrt{4,5} \cdot \pi + \dots$$

$$q = \sqrt{0,5}$$

$$s_n = \frac{6 \cdot \pi}{1 - \sqrt{0,5}} \approx 64,36 \text{ cm}$$

Die Summe der Umfänge beträgt ca.  $64,36 \text{ cm}$ .

4. In ein Quadrat mit der Seitenlänge  $a = 10$  cm wird ein zweites Quadrat so einbeschrieben, dass man die Mittelpunkte der Seiten des Ausgangsquadrates miteinander verbindet. In das so entstandene Quadrat wird in gleicher Weise ein neues Quadrat einbeschrieben. Dieser Vorgang wird unendlich oft wiederholt.

a) Wie groß ist die Summe der Flächeninhalte aller Quadrate?

b) Wie groß ist die Summe der Umfänge aller Quadrate?

a) Für die Flächeninhalte gilt:

$$s_n = 100 + 50 + 25 + \dots$$

$$q = \frac{1}{2}$$

$$s_n = 200 \text{ [cm}^2\text{]}$$

b) Für die Umfänge gilt:

$$s_n = 4 \cdot \sqrt{100} + 4 \cdot \sqrt{50} + \dots$$

$$q = \sqrt{0,5}$$

$$s_n \approx 136,56 \text{ cm}$$

Die Summe der Flächen ist  $200 \text{ cm}^2$ , die Summe der Umfänge ca.  $136,56 \text{ cm}$ .

5. Ein PKW, der einem Moped folgt, hat zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Abstand von 1 200 m. Die Geschwindigkeit des Pkws ist doppelt so groß wie die des Mopeds.
- a) Wann wird der PKW das Moped eingeholt haben?
  - b) Wie viel Zeit benötigt der PKW dafür, wenn er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h fährt?

a)  $a_1 = 1200 \text{ m}$ ;  $q = \frac{1}{2}$   
 $s_n = 2400 \text{ m}$

mathepower.de

Nach 2400 m wird der PKW das Moped eingeholt haben.

b)  $t = \frac{s}{v} = \frac{2,4}{80} = 0,03 \text{ [h]} = 1,8 \text{ min}$

Er benötigt 1 Minute und 48 Sekunden.

# Demo

# Aufgabensammlung