

## Herzlich willkommen zur Demo der mathepower.de – Aufgabensammlung

Um sich schnell innerhalb der ca. 350.000 Mathematikaufgaben zu orientieren,  
benutzen Sie unbedingt das

### Lesezeichen

Ihres Acrobat-Readers: Das Icon finden Sie in der **links stehenden Leiste**.

**Bitte beachten Sie:**

Im Original können Sie alle einzelnen Dateien als WORD-, pdf- oder Open-Office-Dokument aufrufen.

Die aktuellen Preise entnehmen Sie bitte unserer homepage. Weitere Fragen beantworten wir Ihnen gerne unter ☎ 04639 98360.

Michael Lobsien  
Geschäftsführer mathepower.de

## Kosinussatz – Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck 1

1. Berechne in den folgenden Dreiecken die nicht gegebenen Stücke sowie den Flächeninhalt.

- a)  $a = 7,5 \text{ cm}$ ;  $b = 5,9 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 58,5^\circ$       b)  $b = 22,8 \text{ m}$ ;  $c = 45 \text{ m}$ ;  $\alpha = 87,3^\circ$   
c)  $a = 92,4 \text{ m}$ ;  $c = 98,5 \text{ m}$ ;  $\beta = 107^\circ 44'$       d)  $a = 6,4 \text{ cm}$ ;  $b = 9,3 \text{ cm}$ ;  $c = 11,4 \text{ cm}$   
e)  $a = 5,2 \text{ cm}$ ;  $b = 5,8 \text{ cm}$ ;  $c = 7,5 \text{ cm}$       f)  $a = 5,3 \text{ dm}$ ;  $b = 4,9 \text{ dm}$ ;  $c = 6,6 \text{ dm}$

2. Berechne die nicht gegebenen Stücke und den Flächeninhalt der folgenden Vierecke.

- a) Parallelogramm:  $a = 7,5 \text{ cm}$ ;  $b = 5,2 \text{ cm}$ ;  $e = 8,9 \text{ cm}$   
b) Parallelogramm:  $a = 64 \text{ m}$ ;  $f = 52 \text{ m}$ ;  $\alpha = 49,2^\circ$   
c) Trapez:  $a = 9,4 \text{ cm}$ ;  $c = 4,6 \text{ cm}$ ;  $d = 3,3 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 46^\circ$   
d) Trapez:  $a = 9,2 \text{ cm}$ ;  $d = 3,9 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 55,3^\circ$ ;  $\beta = 28,6^\circ$   
e) Viereck:  $a = 3,8 \text{ cm}$ ;  $b = 2,9 \text{ cm}$ ;  $c = 4,1 \text{ cm}$ ;  $d = 3,7 \text{ cm}$ ;  $e = 5,2 \text{ cm}$   
f) Viereck:  $a = 66,5 \text{ m}$ ;  $b = 33,5 \text{ m}$ ;  $c = 27 \text{ m}$ ;  $d = 25 \text{ m}$ ;  $\alpha = 58^\circ$

3. Zwischen zwei Straßen, die einen Winkel von  $68^\circ$  miteinander bilden, liegt ein dreieckiges Grundstück. Die Straßenseiten sind  $28 \text{ m}$  und  $16,8 \text{ m}$  lang.  
a) Wie lang ist der Zaun, der das Grundstück umgibt?  
b) Wie teuer ist das Grundstück, wenn  $1 \text{ m}^2$   $88,50 \text{ €}$  kostet?

4. Um die Länge  $\overline{AB}$  eines geplanten Tunnels durch einen Berg zu bestimmen, werden von einem Punkt  $C$ , der sich in gleicher Höhe wie die Punkte  $A$  und  $B$  befindet, die Entfernungen  $AC = 650 \text{ m}$  und  $BC = 512 \text{ m}$  sowie der Winkel  $\angle ACB = 30,3^\circ$  gemessen.  
Wie lang wird der Tunnel und unter welchen Winkeln  $\angle CAB$  und  $\angle ABC$  muss er angelegt werden?

5. Ein dreieckiges Grundstück hat die Seitenlängen  $a = 108 \text{ m}$ ,  $b = 88 \text{ m}$  und  $c = 94,5 \text{ m}$ .  
Berechne die Größe des Grundstücks.
6. Eine Regatta wird auf einem Dreieckskurs gesegelt. Von der Startboje  $S$  sieht man die beiden Wendebojen  $A$  und  $B$  unter dem Winkel  $\angle ASB = \gamma = 72^\circ$ . Wie groß ist die Entfernung  $\overline{AB} = c$ , wenn die Entfernungen zur Boje  $A$   $4,2 \text{ km}$  und zur Boje  $B$   $2,8 \text{ km}$  betragen?
7. Zwei Ausfallstraßen führen von der Stadtmitte  $M$  zu den Siedlungen  $A$  und  $B$ . Die Entfernung zur Siedlung  $A$  ist  $3,9 \text{ km}$ , zur Siedlung  $B$   $2,5 \text{ km}$ . Die Straßen bilden einen Winkel von  $120,5^\circ$ . Eine geradlinige Verbindungsstraße soll die Siedlungen  $A$  und  $B$  miteinander verbinden. Wie lang wird diese?

## Kosinussatz – Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck 2

1. Im Dreieck ABC sind zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben. Berechne die fehlende Seite und die fehlenden Winkel.

**Gegeben:**

- a)  $a = 9 \text{ cm}$ ;  $c = 5 \text{ cm}$ ;  $\beta = 57^\circ$   
b)  $b = 1,7 \text{ m}$ ;  $c = 2,4 \text{ m}$ ;  $\alpha = 64^\circ$   
c)  $a = 48 \text{ m}$ ;  $b = 65 \text{ m}$ ;  $\gamma = 29,3^\circ$

**Gesucht:**

- $b, \alpha, \gamma$   
 $a, \beta, \gamma$   
 $c, \alpha, \beta$

2. Im Dreieck ABC sind drei Seiten gegeben. Berechne die Winkel in der genannten Reihenfolge.

**Gegeben:**

- a)  $a = 4 \text{ cm}$ ;  $b = 5 \text{ cm}$ ;  $c = 6 \text{ cm}$   
b)  $a = 2,7 \text{ m}$ ;  $b = 3,5 \text{ m}$ ;  $c = 4,2 \text{ m}$   
c)  $a = 14 \text{ m}$ ;  $b = 11 \text{ m}$ ;  $c = 20 \text{ m}$

**Gesucht:**

- $\alpha, \gamma, \beta$   
 $\beta; \alpha, \gamma$   
 $\gamma, \alpha, \beta$

3. Zwei Ausfallstraßen führen von der Stadtmitte M zu den Siedlungen A und B. Sie sind  $a = \overline{MA} = 3,9 \text{ km}$  ( $9,070 \text{ km}$ ) und  $b = \overline{MB} = 2,5 \text{ km}$  ( $8,650 \text{ km}$ ) lang und bilden den Winkel  $\sphericalangle AMB = \gamma = 120^\circ 30'$  ( $419^\circ$ ). Eine geradlinige Verbindungsstrecke  $\overline{AB} = c$  soll die Siedlungen direkt miteinander verbinden. Wie lang wird sie?

4. Um die Länge  $\overline{AB} = c$  eines geplanten Tunnels durch einen Berg zu bestimmen, werden von einem Punkt C (gleiche Höhe wie A und B) die Entfernungen  $\overline{AC} = b = 650 \text{ m}$  ( $5,1 \text{ km}$ ),  $\overline{BC} = a = 433 \text{ m}$  ( $3,170 \text{ km}$ ) sowie der Winkel  $\sphericalangle ACB = \gamma = 29,3^\circ$  ( $76,3^\circ$ ) gemessen. Wie lang wird der geplante Tunnel und unter welchen Winkeln  $\sphericalangle BAC = \alpha$  und  $\sphericalangle ABC = \beta$  muss er angelegt werden?

5. Im Rahmen eines Segelflugwettbewerbs findet ein Dreiecksflug statt mit den Streckenlängen  $\overline{BC} = a = 200 \text{ km}$  ( $263,5 \text{ km}$ ),  $\overline{CA} = b = 85 \text{ km}$  ( $383,7 \text{ km}$ ) und  $\overline{AB} = c = 205 \text{ km}$  ( $154,6 \text{ km}$ ). Berechne die Winkel  $\sphericalangle ABC = \beta$ ,  $\sphericalangle CAB = \alpha$  und  $\sphericalangle BCA = \gamma$  dieses Dreieckskurses.

6. Eine Regatta wird auf einem Dreieckskurs gesegelt. Von der Startboje S sieht man die beiden Wendeböjen unter A und B unter dem Winkel  $\sphericalangle ASB = \gamma = 72^\circ$  ( $94^\circ$ ). Wie groß ist die Entfernung  $\overline{AB} = c$ , wenn die Streckenlängen  $\overline{SA} = b = 4,2 \text{ km}$  ( $2,4 \text{ km}$ ),  $\overline{SB} = a = 2,8 \text{ km}$  ( $5,1 \text{ km}$ ) betragen?

7. Ein Grundstück hat die Form eines Rechtecks. Die Seitenlängen betragen  $a = 102 \text{ m}$  ( $312 \text{ m}$ ),  $b = 61 \text{ m}$  ( $109 \text{ m}$ ) und  $c = 109 \text{ m}$  ( $229 \text{ m}$ ). Welchen Inhalt hat die Grundstücksfläche?

## Kosinussatz – Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck 3

1. Berechne in den folgenden Dreiecken die nicht gegebenen Stücke sowie den Flächeninhalt.

a) $a = 7,5 \text{ cm}; b = 5,9 \text{ cm}; \gamma = 58,5^\circ$	b) $b = 22,8 \text{ m}; c = 45 \text{ m}; \alpha = 87,3^\circ$
c) $a = 92,4 \text{ m}; c = 98,5 \text{ m}; \beta = 107^\circ 44'$	d) $a = 6,4 \text{ cm}; b = 9,3 \text{ cm}; c = 11,4 \text{ cm}$
e) $a = 5,2 \text{ cm}; b = 5,8 \text{ cm}; c = 7,5 \text{ cm}$	f) $a = 5,3 \text{ dm}; b = 4,9 \text{ dm}; c = 6,6 \text{ dm}$

2. Berechne die nicht gegebenen Stücke und den Flächeninhalt der folgenden Vierecke.

a) Parallelogramm:	$a = 7,5 \text{ cm}; b = 5,2 \text{ cm}; e = 8,9 \text{ cm}$
b) Parallelogramm:	$a = 64 \text{ m}; f = 52 \text{ m}; \alpha = 49,2^\circ$
c) Trapez:	$a = 9,4 \text{ cm}; c = 4,6 \text{ cm}; d = 3,3 \text{ cm}; \alpha = 46^\circ$
d) Trapez:	$a = 9,2 \text{ cm}; d = 3,9 \text{ cm}; \alpha = 55,3^\circ; \beta = 28,6^\circ$
e) Viereck:	$a = 3,8 \text{ cm}; b = 2,9 \text{ cm}; c = 4,1 \text{ cm}; d = 3,7 \text{ cm}; e = 5,2 \text{ cm}$
f) Viereck:	$a = 66,5 \text{ m}; b = 33,5 \text{ m}; c = 27 \text{ m}; d = 25 \text{ m}; \alpha = 58^\circ$

3. Zwischen zwei Straßen, die einen Winkel von  $68^\circ$  miteinander bilden, liegt ein dreieckiges Grundstück. Die Straßenseiten sind 28 m und 16,8 m lang.

- Wie lang ist der Zaun, der das Grundstück umgibt?
- Wie teuer ist das Grundstück, wenn  $1 \text{ m}^2$  88,50 € kostet?

4. Um die Länge AB eines geplanten Tunnels durch einen Berg zu bestimmen, werden von einem Punkt C, der sich in gleicher Höhe wie die Punkte A und B befindet, die Entfernungen  $AC = 650 \text{ m}$  und  $BC = 512 \text{ m}$  sowie der Winkel  $\angle ACB = 30,3^\circ$  gemessen.

Wie lang wird der Tunnel und unter welchen Winkeln  $\angle CAB$  und  $\angle ABC$  muss er angelegt werden?

5. Ein dreieckiges Grundstück hat die Seitenlängen  $a = 108 \text{ m}$ ,  $b = 88 \text{ m}$  und  $c = 94,5 \text{ m}$ .

Berechne die Größe des Grundstücks.

6. Eine Regatta wird auf einem Dreieckskurs gesegelt. Von der Startboje S sieht man die beiden Wendoboje A und B unter dem Winkel  $\angle ASB = \gamma = 72^\circ$ . Wie groß ist die Entfernung  $\overline{AB} = c$ , wenn die Entfernungen zur Boje A 4,2 km und zur Boje B 2,8 km betragen?

7. Zwei Ausfallstraßen führen von der Stadtmitte M zu den Siedlungen A und B. Die Entfernung zur Siedlung A ist 3,9 km, zur Siedlung B 2,5 km. Sie Straßen bilden einen Winkel von  $120,5^\circ$ . Eine geradlinige Verbindungsstraße soll die Siedlungen A und B miteinander verbinden. Wie lang wird diese?

## Kosinussatz (SSS, SWS)

### Aufgabe:

Von einem Dreieck sind gegeben:  $a = 5 \text{ cm}$ ;  $c = 6 \text{ cm}$ ;  $\beta = 57^\circ$ . Berechne  $b$ .

### Merke:

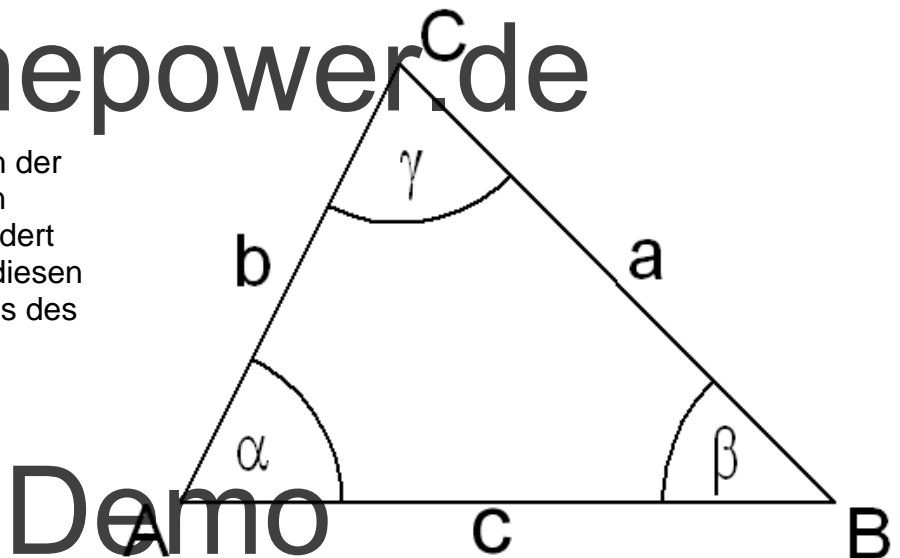
Im **allgemeinen** Dreieck gilt

Im allgemeinen Dreieck ist das Quadrat über einer Seite gleich der Summe der Quadrate über den beiden anderen Seiten, vermindert um das doppelte Produkt aus diesen beiden Seiten und dem Cosinus des eingeschlossenen Winkels.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$



Aus dem Cosinussatz lassen sich folgende Umformungen zur Berechnung eines Winkels durchführen:

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

# Aufgabensammlung

### Lösung:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$b^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 57^\circ$$

$$b = 5,32 \text{ cm}$$

**Beispiel:**

Von einem Dreieck sind gegeben:  $a = 7 \text{ cm}$ ;  $b = 8 \text{ cm}$ ;  $c = 9 \text{ cm}$ . Berechne  $\gamma$ .

**Lösung:**

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos \gamma = \frac{7^2 + 8^2 - 9^2}{2 \cdot 7 \cdot 8}$$

$$\gamma = 73,4^\circ$$

mathepower.de

# Demo

# Aufgabensammlung

## Kosinussatz – Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck 1 – Lösungen

1. Berechne in den folgenden Dreiecken die nicht gegebenen Stücke sowie den Flächeninhalt.

a) $a = 7,5 \text{ cm}; b = 5,9 \text{ cm}; \gamma = 58,5^\circ$ $\alpha = 72,8^\circ; \beta = 48,7^\circ; c = 6,69 \text{ cm};$ $A = 18,9 \text{ cm}^2$	b) $b = 22,8 \text{ m}; c = 45 \text{ m}; \alpha = 87,3^\circ$ $\beta = 27,4^\circ; \gamma = 65,3^\circ; a = 49,5 \text{ m}$ $A = 512,4 \text{ m}^2$
c) $a = 92,4 \text{ m}; c = 98,5 \text{ m}; \beta = 107,44^\circ$ $\alpha = 34,8^\circ; \gamma = 37,5^\circ; b = 154,2 \text{ m}$ $A = 4\,334,3 \text{ m}^2$	d) $a = 6,4 \text{ cm}; b = 9,3 \text{ cm}; c = 11,4 \text{ cm}$ $\alpha = 34,1^\circ; \beta = 54,7^\circ; \gamma = 91,2^\circ$ $A = 29,8 \text{ cm}^2$
e) $a = 5,2 \text{ cm}; b = 5,8 \text{ cm}; c = 7,5 \text{ cm}$ $\alpha = 43,7^\circ; \beta = 50,5^\circ; \gamma = 85,8^\circ$ $A = 15 \text{ cm}^2$	f) $a = 5,3 \text{ dm}; b = 4,9 \text{ dm}; c = 6,6 \text{ dm}$ $\alpha = 52,4^\circ; \beta = 47,1^\circ; \gamma = 80,5^\circ$ $A = 12,8 \text{ dm}^2$

2. Berechne die nicht gegebenen Stücke und den Flächeninhalt der folgenden Vierecke.

a) Parallelogramm: $\alpha = 93^\circ; \beta = 87^\circ; A = 38,96 \text{ cm}^2$	$a = 7,5 \text{ cm}; b = 5,2 \text{ cm}; e = 8,9 \text{ cm}$
b) Parallelogramm: $\beta = 130,8^\circ; b = 60,7 \text{ m}; A = 29\,412 \text{ m}^2$	$a = 64 \text{ m}; f = 52 \text{ m}; \alpha = 49,2^\circ$
c) Trapez: $b = 3,5 \text{ cm}; \beta = 44^\circ; \gamma = 136^\circ; e = 7,3 \text{ cm}; f = 7,5 \text{ cm}; A = 16,38 \text{ cm}^2$	$a = 9,4 \text{ cm}; c = 4,6 \text{ cm}; d = 3,3 \text{ cm}; \alpha = 46^\circ$
d) Trapez: $b = 6,7 \text{ cm}; c = 1,1 \text{ cm}; \gamma = 151,4^\circ; \delta = 124,7^\circ; A = 16,48 \text{ cm}^2$	$a = 9,2 \text{ cm}; d = 3,9 \text{ cm}; \alpha = 55,3^\circ; \beta = 28,6^\circ$
e) Viereck: $\alpha = 84,8^\circ; \beta = 101^\circ; \gamma = 90,7^\circ; \delta = 83,5^\circ; A = 12,9 \text{ cm}^2$	$a = 3,8 \text{ cm}; b = 2,9 \text{ cm}; c = 4,1 \text{ cm}; d = 3,7 \text{ cm}; e = 5,2 \text{ cm}$
f) Viereck: $\beta = 38,4^\circ; \gamma = 142,3^\circ; \delta = 121,3^\circ; A = 981,5 \text{ m}^2$	$a = 66,5 \text{ m}; b = 33,5 \text{ m}; c = 27 \text{ m}; d = 25 \text{ m}; \alpha = 58^\circ$

3. Zwischen zwei Straßen, die einen Winkel von  $68^\circ$  miteinander bilden, liegt ein dreieckiges Grundstück. Die Straßenseiten sind 28 m und 16,8 m lang.
- a) Wie lang ist der Zaun, der das Grundstück umgibt?  
b) Wie teuer ist das Grundstück, wenn 1 m<sup>2</sup> 88,50 € kostet?
- Die 3. Seite ist 26,7 m lang.  
Der Umfang beträgt 71,5 m. Das Grundstück hat eine Fläche von ca. 218 m<sup>2</sup> und würde 19 293 € kosten.

4. Um die Länge AB eines geplanten Tunnels durch einen Berg zu bestimmen, werden von einem Punkt C, der sich in gleicher Höhe wie die Punkte A und B befindet, die Entfernungen  $AC = 650$  m und  $BC = 512$  m sowie der Winkel  $\angle ACB = 30,3^\circ$  gemessen.

Wie lang wird der Tunnel und unter welchen Winkeln  $\angle CAB$  und  $\angle ABC$  muss er angelegt werden?

Der Tunnel wird ca. 332 m lang und muss unter den Winkeln  $51,1^\circ$  und  $98,6^\circ$  angelegt werden.

5. Ein dreieckiges Grundstück hat die Seitenlängen  $a = 108$  m,  $b = 88$  m und  $c = 94,5$  m.

Berechne die Größe des Grundstücks.

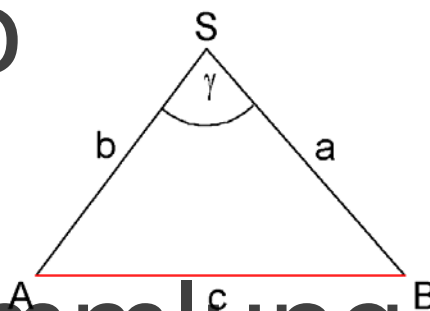
$A = 3\,964 \text{ m}^2$

6. Eine Regatta wird auf einem Dreieckskurs gesegelt. Von der Startboje S sieht man die beiden Wendeböjen A und B unter dem Winkel  $\angle ASB = \gamma = 72^\circ$ . Wie groß ist die Entfernung  $\overline{AB} = c$ , wenn die Entfernungen zur Boje A 4,2 km und zur Boje B 2,8 km betragen?

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c = \sqrt{7,84^2 + 17,64^2 - 2 \cdot 7,84 \cdot 17,64 \cdot \cos \gamma}$$

$$c \approx 4,268 \text{ km}$$



7. Zwei Ausfallstraßen führen von der Stadtmitte M zu den Siedlungen A und B. Die Entfernung zur Siedlung A ist 3,9 km, zur Siedlung B 2,5 km. Die Straßen bilden einen Winkel von  $120,5^\circ$ . Eine geradlinige Verbindungsstraße soll die Siedlungen A und B miteinander verbinden. Wie lang wird diese?

Zeichnung wie Aufgabe 6

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c = \sqrt{3,9^2 + 2,5^2 - 2 \cdot 3,9 \cdot 2,5 \cdot \cos \gamma}$$

$$c \approx 5,6 \text{ km}$$



## Kosinussatz – Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck 2 – Lösungen

1. Im Dreieck ABC sind zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel gegeben. Berechne die fehlende Seite und die fehlenden Winkel.

**Gegeben:**

- a)  $a = 9 \text{ cm}$ ;  $c = 5 \text{ cm}$ ;  $\beta = 57^\circ$   
b)  $b = 1,7 \text{ m}$ ;  $c = 2,4 \text{ m}$ ;  $\alpha = 64^\circ$   
c)  $a = 43 \text{ m}$ ;  $b = 65 \text{ m}$ ;  $\gamma = 29,3^\circ$

**Lösung Aufgabe a)**  
**Berechnung von b:**

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta}$$

$$b = 7,55 \text{ cm}$$

**Berechnung von  $\alpha$ :**

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$\sin\alpha = \frac{a \cdot \sin\beta}{b}$$

$$\alpha = 88,6^\circ$$

**Berechnung von  $\gamma$ :**

$$\gamma = 180^\circ - (88,6^\circ + 57^\circ) = 34,4^\circ$$

**Gesucht:**

- $b, \alpha, \gamma$   
 $a, \beta, \gamma$   
 $c, \alpha, \beta$

**Lösung Aufgabe b)**

$$a = 2,25 \text{ m}; \beta = 42,8^\circ; \gamma = 73,2^\circ$$

**Lösung Aufgabe c)**

$$c = 34,63 \text{ m}; \alpha = 37,42^\circ; \beta = 113,28^\circ$$

2. Im Dreieck ABC sind drei Seiten gegeben. Berechne die Winkel in der genannten Reihenfolge.

**Gegeben:**

- a)  $a = 4 \text{ cm}$ ;  $b = 5 \text{ cm}$ ;  $c = 6 \text{ cm}$   
b)  $a = 2,7 \text{ m}$ ;  $b = 3,5 \text{ m}$ ;  $c = 4,2 \text{ m}$   
c)  $a = 14 \text{ m}$ ;  $b = 11 \text{ m}$ ;  $c = 20 \text{ m}$

**Lösung Aufgabe a)**

**Berechnung von  $\alpha$ :**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\alpha = 41,4^\circ$$

**Berechnung von  $\gamma$ :**

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$\sin\gamma = \frac{c \cdot \sin\alpha}{a}$$

$$\gamma = 82,9^\circ$$

**Berechnung von  $\beta$ :**

$$\beta = 180^\circ - (41,4^\circ + 82,9^\circ) = 55,7^\circ$$

**Gesucht:**

- $\alpha, \beta, \gamma$   
 $\beta; \alpha, \gamma$   
 $\gamma, \alpha, \beta$

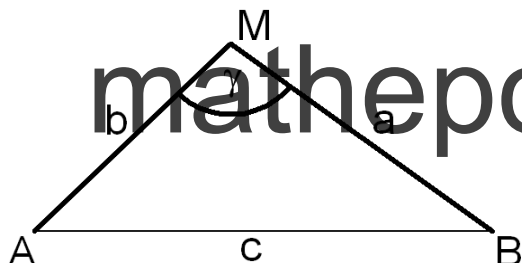
**Lösung Aufgabe b)**

$$\beta = 56^\circ; \alpha = 39,8^\circ; \gamma = 84,2^\circ$$

**Lösung Aufgabe c)**

$$\gamma = 105,6^\circ; \alpha = 42,4^\circ; \beta = 32^\circ$$

3. Zwei Ausfallstraßen führen von der Stadtmitte M zu den Siedlungen A und B. Sie sind  $a = \overline{MA} = 3,9 \text{ km}$  (9,070 km) und  $b = \overline{MB} = 2,5 \text{ km}$  (8,650 km) lang und bilden den Winkel  $\sphericalangle AMB = \gamma = 120^\circ 30'$  ( $41,9^\circ$ ). Eine geradlinige Verbindungsstrecke  $\overline{AB} = c$  soll die Siedlungen direkt miteinander verbinden. Wie lang wird sie?



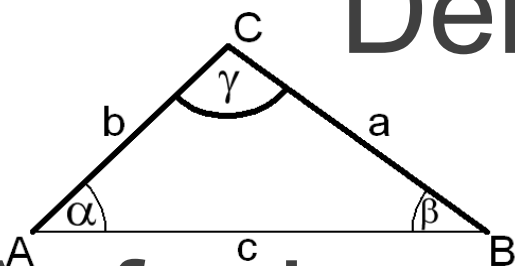
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha}$$

$$(1) c = 5,6 \text{ km}$$

$$(2) c = 6,348 \text{ km}$$

4. Um die Länge  $\overline{AB} = c$  eines geplanten Tunnels durch einen Berg zu bestimmen, werden von einem Punkt C (gleiche Höhe wie A und B) die Entfernungen  $\overline{AC} = b = 650 \text{ m}$  (5,1 km),  $\overline{BC} = a = 433 \text{ m}$  (3,170 km) sowie der Winkel  $\sphericalangle ACB = \gamma = 29,3^\circ$  ( $76,3^\circ$ ) gemessen. Wie lang wird der geplante Tunnel und unter welchen Winkeln  $\sphericalangle BAC = \alpha$  und  $\sphericalangle ABC = \beta$  muss er angelegt werden?



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$(1) c = 345,09 \text{ m}$$

$$(2) c = 5,329 \text{ m}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$\sin \alpha = \frac{a \cdot \sin \gamma}{c}$$

$$(1) \alpha = 37,89^\circ$$

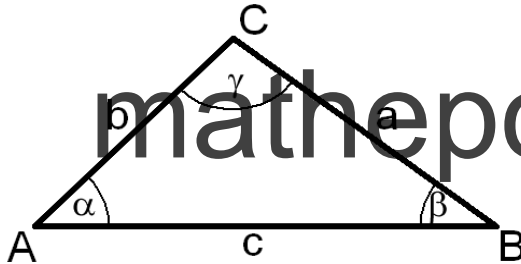
$$(2) \alpha = 35,3^\circ$$

$$(1) \beta = 180^\circ - (37,89^\circ + 29,3^\circ)$$

$$\beta = 112,81^\circ$$

$$(2) \beta = 68,4^\circ$$

5. Im Rahmen eines Segelflugwettbewerbs findet ein Dreiecksflug statt mit den Streckenlängen  $\overline{BC} = a = 200$  km (263,5 km),  $\overline{CA} = b = 85$  km (383,7 km) und  $\overline{AB} = c = 205$  km (154,6 km). Berechne die Winkel  $\sphericalangle ABC = \beta$ ,  $\sphericalangle CAB = \alpha$  und  $\sphericalangle BCA = \gamma$  dieses Dreieckskurses.



**Berechnung von  $\alpha$ :**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

(1)  $\alpha = 74,6^\circ$

(2)  $\alpha = 31^\circ$

**Berechnung von  $\gamma$ :**

(1)  $\gamma = 180^\circ - (74,6^\circ + 24,2^\circ) = 81,2^\circ$

(2)  $\gamma = 100,4^\circ$

**Berechnung von  $\beta$ :**

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

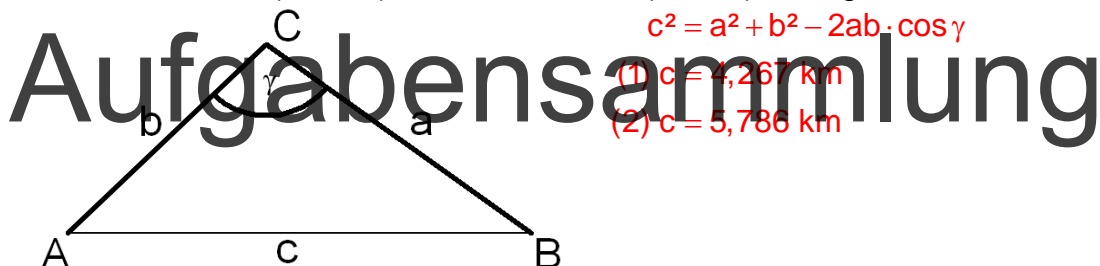
$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{a}$$

(1)  $\beta = 24,2^\circ$

(2)  $\beta = 48,6^\circ$

## Demo

6. Eine Regatta wird auf einem Dreieckskurs gesegelt. Von der Startboje S sieht man die beiden Wendebojen unter A und B unter dem Winkel  $\sphericalangle ASB = \gamma = 72^\circ$  ( $94^\circ$ ). Wie groß ist die Entfernung  $\overline{AB} = c$ , wenn die Streckenlängen  $\overline{SA} = b = 4,2$  km (2,4 km),  $\overline{SB} = a = 2,8$  km (5,1 km) betragen?

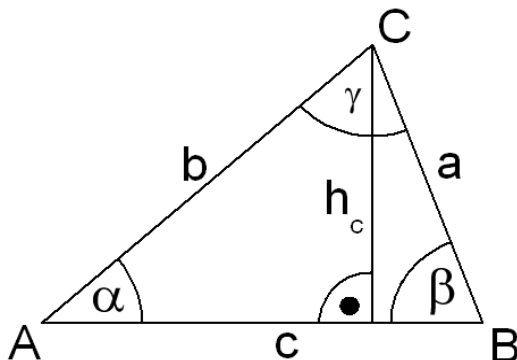


$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

(1)  $c = 4,267$  km

(2)  $c = 5,786$  km

7. Ein Grundstück hat die Form eines Rechtecks. Die Seitenlängen betragen  $a = 102$  m (312 m),  $b = 61$  m (109 m) und  $c = 109$  m (229 m). Welchen Inhalt hat die Grundstücksfläche?



**Berechnung von  $\alpha$ :**

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

(1)  $\alpha = 67^\circ$

(2)  $\alpha = 131,4^\circ$

**Berechnung von A:**

$$A = \frac{1}{2}bc \cdot \sin \alpha$$

(1)  $A = 3\,059,87$  m<sup>2</sup>

(2)  $A = 9\,359,13$  m<sup>2</sup>

## Kosinussatz – Berechnungen im schiefwinkligen Dreieck 3 – Lösungen

1. Berechne in den folgenden Dreiecken die nicht gegebenen Stücke sowie den Flächeninhalt.

- a)  $a = 7,5 \text{ cm}; b = 5,9 \text{ cm}; \gamma = 58,5^\circ$   
 $\alpha = 72,8^\circ; \beta = 48,7^\circ; c = 6,69 \text{ cm};$   
 $A = 18,9 \text{ cm}^2$
- b)  $b = 22,8 \text{ m}; c = 45 \text{ m}; \alpha = 87,3^\circ$   
 $\beta = 27,4^\circ; \gamma = 65,3^\circ; a = 49,5 \text{ m}$   
 $A = 512,4 \text{ m}^2$
- c)  $a = 92,4 \text{ m}; c = 98,5 \text{ m}; \beta = 107,44^\circ$   
 $\alpha = 34,8^\circ; \gamma = 37,5^\circ; b = 154,2 \text{ m}$   
 $A = 4\,334,3 \text{ m}^2$
- d)  $a = 6,4 \text{ cm}; b = 9,3 \text{ cm}; c = 11,4 \text{ cm}$   
 $\alpha = 34,1^\circ; \beta = 54,7^\circ; \gamma = 91,2^\circ$   
 $A = 29,8 \text{ cm}^2$
- e)  $a = 5,2 \text{ cm}; b = 5,8 \text{ cm}; c = 7,5 \text{ cm}$   
 $\alpha = 43,7^\circ; \beta = 50,5^\circ; \gamma = 85,8^\circ$   
 $A = 15 \text{ cm}^2$
- f)  $a = 5,3 \text{ dm}; b = 4,9 \text{ dm}; c = 6,6 \text{ dm}$   
 $\alpha = 52,4^\circ; \beta = 47,1^\circ; \gamma = 80,5^\circ$   
 $A = 12,8 \text{ dm}^2$

2. Berechne die nicht gegebenen Stücke und den Flächeninhalt der folgenden Vierecke.

- a) Parallelogramm:  $a = 7,5 \text{ cm}; b = 5,2 \text{ cm}; e = 8,9 \text{ cm}$   
 $\alpha = 93^\circ; \beta = 87^\circ; A = 38,96 \text{ cm}^2$
- b) Parallelogramm:  $a = 64 \text{ m}; f = 52 \text{ m}; \alpha = 49,2^\circ$   
 $\beta = 130,8^\circ; b = 60,7 \text{ m}; A = 29\,412 \text{ m}^2$
- c) Trapez:  $a = 9,4 \text{ cm}; c = 4,6 \text{ cm}; d = 3,3 \text{ cm}; \alpha = 46^\circ$   
 $b = 3,5 \text{ cm}; \beta = 44^\circ; \gamma = 136^\circ; e = 7,3 \text{ cm}; f = 7,5 \text{ cm}; A = 16,38 \text{ cm}^2$
- d) Trapez:  $a = 9,2 \text{ cm}; d = 3,9 \text{ cm}; \alpha = 55,3^\circ; \beta = 28,6^\circ$   
 $b = 6,7 \text{ cm}; c = 1,1 \text{ cm}; \gamma = 151,4^\circ; \delta = 124,7^\circ; A = 16,48 \text{ cm}^2$
- e) Viereck:  $a = 3,8 \text{ cm}; b = 2,9 \text{ cm}; c = 4,1 \text{ cm}; d = 3,7 \text{ cm}; e = 5,2 \text{ cm}$   
 $\alpha = 84,8^\circ; \beta = 101^\circ; \gamma = 90,7^\circ; \delta = 83,5^\circ; A = 12,9 \text{ cm}^2$
- f) Viereck:  $a = 66,5 \text{ m}; b = 33,5 \text{ m}; c = 27 \text{ m}; d = 25 \text{ m}; \alpha = 58^\circ$   
 $\beta = 38,4^\circ; \gamma = 142,3^\circ; \delta = 121,3^\circ; A = 981,5 \text{ m}^2$

3. Zwischen zwei Straßen, die einen Winkel von  $68^\circ$  miteinander bilden, liegt ein dreieckiges Grundstück. Die Straßenseiten sind  $28 \text{ m}$  und  $16,8 \text{ m}$  lang.
- a) Wie lang ist der Zaun, der das Grundstück umgibt?  
 Die 3. Seite ist  $26,7 \text{ m}$  lang.
- b) Wie teuer ist das Grundstück, wenn  $1 \text{ m}^2$   $88,50 \text{ €}$  kostet?  
 Der Umfang beträgt  $71,5 \text{ m}$ . Das Grundstück hat eine Fläche von ca.  $218 \text{ m}^2$  und würde  $19\,293 \text{ €}$  kosten.

4. Um die Länge AB eines geplanten Tunnels durch einen Berg zu bestimmen, werden von einem Punkt C, der sich in gleicher Höhe wie die Punkte A und B befindet, die Entfernungen  $AC = 650$  m und  $BC = 512$  m sowie der Winkel  $\angle ACB = 30,3^\circ$  gemessen.

Wie lang wird der Tunnel und unter welchen Winkeln  $\angle CAB$  und  $\angle ABC$  muss er angelegt werden?

Der Tunnel wird ca. 332 m lang und muss unter den Winkeln  $51,1^\circ$  und  $98,6^\circ$  angelegt werden.

mathepower.de

5. Ein dreieckiges Grundstück hat die Seitenlängen  $a = 108$  m,  $b = 88$  m und  $c = 94,5$  m.

Berechne die Größe des Grundstücks.

$A = 3\,964$  m<sup>2</sup>

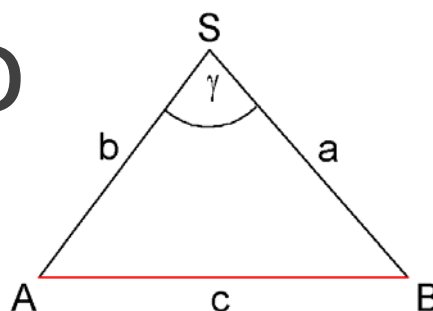
6. Eine Regatta wird auf einem Dreieckskurs gesegelt. Von der Startboje S sieht man die beiden Wendebojen A und B unter dem Winkel  $\angle ASB = \gamma = 72^\circ$ . Wie groß ist die Entfernung  $\overline{AB} = c$ , wenn die Entfernungen zur Boje A 4,2 km und zur Boje B 2,8 km betragen?

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c = \sqrt{7,84^2 + 17,64^2 - 2 \cdot 7,84 \cdot 17,64 \cdot \cos \gamma}$$

$$c \approx 4,268 \text{ km}$$

Demo



7. Zwei Ausfallstraßen führen von der Stadtmitte M zu den Siedlungen A und B. Die Entfernung zur Siedlung A ist 3,9 km, zur Siedlung B 2,5 km. Sie Straßen bilden einen Winkel von  $120,5^\circ$ . Eine geradlinige Verbindungsstraße soll die Siedlungen A und B miteinander verbinden. Wie lang wird diese?

Zeichnung wie Aufgabe 6

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$c = \sqrt{3,9^2 + 2,5^2 - 2 \cdot 3,9 \cdot 2,5 \cdot \cos \gamma}$$

$$c \approx 5,6 \text{ km}$$

Aufgabensammlung