

Herzlich willkommen zur Demo der mathepower.de – Aufgabensammlung

Um sich schnell innerhalb der ca. 350.000 Mathematikaufgaben zu orientieren,
benutzen Sie unbedingt das

Lesezeichen

Ihres Acrobat-Readers: Das Icon finden Sie in der **links stehenden Leiste**.

Bitte beachten Sie:

Im Original können Sie alle einzelnen Dateien als WORD-, pdf- oder Open-Office-Dokument aufrufen.

Die aktuellen Preise entnehmen Sie bitte unserer homepage. Weitere Fragen
beantworten wir Ihnen gerne unter ☎ 04639 98360.

Michael Lobsien
Geschäftsführer mathepower.de

Das Rechnen mit Potenzen mit gebrochenem Exponenten

1. Kürze die Exponenten.

a) $x^{\frac{5}{10}}$ b) $x^{\frac{8}{12}}$ c) $z^{\frac{8}{10}}$ d) $\sqrt[6]{a^3}$
e) $\sqrt[5]{b^{15}}$ f) $\sqrt[6]{a^9}$ g) $\sqrt[12]{16}$ h) $\sqrt[9]{27}$
i) $\sqrt[4]{1,44}$ k) $\sqrt[4]{225}$ l) $\sqrt[3]{64}$ m) $\sqrt[3]{256x^4}$

2. Erweitere die Exponenten.

a) $\sqrt[5]{a}$ (3) b) $\sqrt[3]{b}$ (2) c) $\sqrt[6]{x}$ (4) d) $\sqrt[5]{2x}$ (2)
e) $\sqrt[4]{0,6}$ (3) f) $\sqrt[4]{x^3}$ (2) g) $\sqrt[4]{y^5}$ (2) h) $\sqrt[5]{z^2}$ (3)
i) $\sqrt[a]{a^m}$ (x) k) $\sqrt[a]{a^q}$ (b) l) $\sqrt[a]{b^c}$ (d) m) $\sqrt[d]{d^x}$ (a)

3. Bringe auf den gleichen Wurzelexponenten.

Beispiel:

$$\begin{aligned} &\sqrt[3]{5} \text{ und } \sqrt[4]{2} \\ &\Leftrightarrow \sqrt[3 \cdot 4]{5^4} \text{ und } \sqrt[4 \cdot 3]{2^3} \\ &\Leftrightarrow \sqrt[12]{5^4} \text{ und } \sqrt[12]{2^3} \end{aligned}$$

a) $\sqrt[3]{4}$ und $\sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt[7]{2}$ und $\sqrt{6}$ c) $\sqrt[5]{6}$ und $\sqrt[6]{7}$
d) $\sqrt[4]{a^3}$ und $\sqrt[5]{b^2}$ e) $\sqrt[6]{c^5}$ und $\sqrt[3]{d^4}$ f) $\sqrt[8]{a^5}$ und $\sqrt[7]{b^2}$
g) $\sqrt[3]{5a^2}$ und $\sqrt[4]{3b^3}$ h) $\sqrt[5]{(2a)^4}$ und $\sqrt[4]{(3b)^5}$ i) $\sqrt[6]{(ab)^5}$ und $\sqrt[5]{(cd)^2}$

4. Vereinfache.

a) $3\sqrt[3]{3} + 7\sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{3}$ b) $11\sqrt[4]{5} + 3\sqrt[4]{5} - 6\sqrt[4]{5}$
c) $6\sqrt[4]{b} + 9\sqrt[4]{b} - 20\sqrt[4]{b}$ d) $7\sqrt[3]{3b} - 12\sqrt[3]{3b} + 3\sqrt[3]{3b}$

5. Vereinfache.

a) $5\sqrt[3]{12} - 4\sqrt[5]{7} + 8\sqrt[5]{7} - 6\sqrt[3]{12} + 4\sqrt[5]{7} - 12\sqrt[3]{12}$
b) $3\sqrt[4]{a} - 2\sqrt[5]{b} - 6\sqrt[5]{b} + 8\sqrt[4]{a} + 3\sqrt[5]{b} - 7\sqrt[4]{a}$
c) $4a\sqrt[n]{x} + 9b\sqrt[m]{y} - 3a\sqrt[n]{x} + 2b\sqrt[m]{y} - 7a\sqrt[n]{x} + 3b\sqrt[m]{y}$
d) $2x\sqrt[3]{3b} - 4y\sqrt[5]{5d} + 6x\sqrt[3]{3b} - 5y\sqrt[5]{5d} - 6y\sqrt[5]{5d} + 14x\sqrt[3]{3b}$

6. Vereinfache.

Beispiel: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3 \cdot 27} = \sqrt[4]{81} = 3$

Oder: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = 3^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{\frac{1}{4}} = (3 \cdot 27)^{\frac{1}{4}} = 81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$

a) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$

b) $\sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[8]{128}$

c) $\sqrt[4]{4a^3} \cdot \sqrt[4]{4a}$

d) $\sqrt[3]{5x^2} \cdot \sqrt[3]{25xy^2}$ e) $\sqrt[6]{6^2x^2y^3z}$ f) $\sqrt[3]{x-y} \cdot \sqrt[3]{(x+y)^2}$

mathepower.de

7. Vereinfache.

Beispiel: $\sqrt[6]{4x^2} \cdot \sqrt[6]{16x^4} = \sqrt[6]{4x^2 \cdot 16x^4} = \sqrt[6]{64x^6} = 2x$

Oder: $\sqrt[6]{4x^2} \cdot \sqrt[6]{16x^4} = (4x^2)^{\frac{1}{6}} \cdot (16x^4)^{\frac{1}{6}} = (4x^2 \cdot 16x^4)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{64x^6} = 2x$

a) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2}$

b) $\sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[8]{a^3}$

c) $\sqrt[5]{4a^3} \cdot \sqrt[5]{8a^2}$

d) $\sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{9a^2}$

e) $\sqrt[6]{x^2y^3z^5} \cdot \sqrt[6]{x^4y^3z}$

f) $\sqrt[4]{27a^3b} \cdot \sqrt[4]{3ab^3}$

Demo

8. Vereinfache.

a) $\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^7}$

b) $\sqrt[4]{25b} \cdot \sqrt[4]{25b}$

c) $\sqrt[4]{d^3} \cdot \sqrt[4]{d}$

d) $\sqrt[7]{x^4y^3z^5} \cdot \sqrt[7]{x^3y^4z^9}$

e) $\sqrt[6]{xy^2z^2} \cdot \sqrt[6]{x^2yz}$

f) $\sqrt[10]{p^2q^3r^2} \cdot \sqrt[10]{p^3q^2r^3}$

9. Vereinfache **Aufgabensammlung**

a) $\frac{\sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{14}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$

d) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}$

e) $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{32}}$

f) $\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt[4]{9}}$

g) $\frac{\sqrt[3]{9,6}}{\sqrt[3]{1,2}}$

h) $\frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{128}}$

10. Vereinfache.

a) $\frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[4]{a}}$

b) $\frac{\sqrt[4]{8a^3}}{\sqrt[4]{2a}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$

d) $\frac{\sqrt[8]{x^6}}{\sqrt[8]{x^3}}$

e) $\frac{\sqrt[5]{10a^7}}{\sqrt[5]{2a^2}}$

f) $\frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^4b}}$

g) $\frac{\sqrt[n]{x^7}}{\sqrt[n]{x^3}}$

h) $\frac{\sqrt[n]{a^{n+3}}}{\sqrt[n]{a^3}}$

11. Ziehe teilweise die Wurzel.

a) $\sqrt[3]{\frac{2}{27}}$

b) $\sqrt{\frac{7}{9}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{3}{16}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{64a}{125}}$

e) $\sqrt[4]{\frac{x^2}{y^4}}$

f) $\sqrt[5]{\frac{6b^7}{11a^5}}$

g) $\sqrt[n]{\frac{a^n}{b}}$

h) $\sqrt[n]{\frac{a^{n+1}}{b^n}}$

12. Vereinfache.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{3}$

c) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[5]{3}$

d) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[10]{3}$

e) $\sqrt[6]{12} \cdot \sqrt[5]{11}$

f) $\sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[5]{14}$

g) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$

h) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a^5}$

13. Vereinfache.

a) $\sqrt{5} : \sqrt[4]{5}$

b) $\sqrt[6]{5^3} : \sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{6^4} : \sqrt[4]{6^3}$

d) $\sqrt[4]{2^3} : \sqrt[3]{2^2}$

e) $\sqrt[3]{x^2} : \sqrt[5]{x^4}$

f) $\sqrt[4]{x^3} : \sqrt[5]{x^2}$

g) $\sqrt[n]{b} : \sqrt[m]{b}$

h) $\sqrt[x]{a^3} : \sqrt[y]{b^2}$

14. Vereinfache.

a) $(\sqrt[6]{a})^3$

b) $(\sqrt[4]{x^3})^8$

c) $(\sqrt[4]{b^5})^8$

d) $(\sqrt[4]{x^3})^{10}$

e) $(\sqrt[5]{a^3})^3$

f) $(\sqrt[6]{b^5})^2$

g) $(\sqrt[n]{x^3})^{2n}$

h) $(\sqrt[2n]{y^3})^n$

15. Vereinfache.

a) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{729}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{15625}}$

d) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4096}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

f) $\sqrt[4]{\sqrt{10}}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{500}}$

h) $\sqrt[4]{\sqrt{247}}$

16. Vereinfache.

a) $\sqrt[3]{\sqrt{x^6}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{b^6}}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{b^3}}$

d) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{a^{10}}}$

e) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{x}}$

f) $\sqrt[n]{\sqrt{y^3}}$

g) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^3}}$

h) $\sqrt[4]{\sqrt[n]{a^5}}$

mathpower.de

Demo

Aufgabensammlung

Darstellung der Wurzel als Potenz mit gebrochenem Exponenten

1. Schreibe als Potenz mit gebrochenem Exponenten.

a) $\sqrt[3]{30}$ b) $\sqrt[7]{a}$ c) $\sqrt[8]{x}$ d) $\sqrt[4]{\frac{12}{17}}$
e) $\sqrt[3]{5a}$ f) $\sqrt[8]{5^3}$ g) $\sqrt[7]{b^{11}}$ h) $\sqrt[5]{c^y}$
i) $\sqrt[n]{5^m}$ k) $\sqrt[x]{5^y}$ l) $\sqrt[n]{6^x}$ m) $\sqrt[4]{c^a}$

2. Schreibe als Wurzel.

a) $5^{\frac{2}{3}}$ b) $7^{\frac{3}{5}}$ c) $2^{\frac{2}{9}}$ d) $0,3^{\frac{3}{4}}$
e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$ f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{7}{8}}$ g) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2}{7}}$ h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$
i) $(xy)^{\frac{3}{4}}$ k) $(py)^{\frac{a}{b}}$ l) $(mn)^{\frac{x}{y}}$ m) $(cd)^{\frac{m}{n}}$

3. Bestimme den Wert folgender Wurzeln.

a) $\sqrt[4]{10000}$ b) $\sqrt[8]{1}$ c) $\sqrt[4]{256}$ d) $\sqrt[6]{64}$
e) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ f) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$ g) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$ h) $\sqrt[5]{\frac{32}{3125}}$
i) $\sqrt[3]{38,44}$ k) $\sqrt[5]{0,00001}$ l) $\sqrt[4]{19683}$ m) $\sqrt[3]{7776}$

4. Bestimme den (ungefähren) Wert folgender Wurzeln. Runde nach 4 Stellen.

a) $\sqrt[4]{200}$ b) $\sqrt[3]{12}$ c) $\sqrt[10]{1,1}$ d) $\sqrt[7]{122}$
e) $\sqrt[3]{\frac{5}{22}}$ f) $\sqrt[5]{\frac{3}{7}}$ g) $\sqrt[6]{\frac{3}{512}}$ h) $\sqrt[7]{\frac{5}{1111}}$
i) $\sqrt[3]{0,002}$ k) $\sqrt[3]{34,77}$ l) $\sqrt[8]{123,449}$ m) $\sqrt[5]{24223,55}$

5. Schreibe in Potenzform und berechne.

a) $\sqrt[5]{a^5}$ b) $(\sqrt[7]{a})^7$ c) $\sqrt[5]{a^{10}}$ d) $\sqrt[4]{a^{16}}$
e) $\sqrt[7]{x^{21}}$ f) $\sqrt[4]{a^{24}}$ g) $\sqrt[3]{125x^{21}}$ h) $\sqrt[3]{27a^6}$
i) $(\sqrt[4]{x^3})^8$ k) $(\sqrt[3]{x^2})^6$ l) $(\sqrt{x^5})^8$ m) $(\sqrt[3]{x^2})^6$

Der allgemeine Wurzelbegriff

Die n -te Wurzel aus einer positiven Zahl a ist die positive Zahl x , deren n -te Potenz gleich a ist:

$$\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x^n = a \quad (a > 0; x > 0)$$

Nach der Erklärung der Wurzel gilt:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a \quad \text{und} \quad \sqrt[n]{a^n} = a$$

mathepower.de

Erweiterung des Potenzbegriffes

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Daraus wird abgeleitet:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} \quad a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

Demo

Der Wert einer Wurzel ändert sich nicht, wenn der Wurzelexponent und der Potenzexponent des Radikanden mit derselben Zahl multipliziert oder durch dieselbe Zahl dividiert werden:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{m \cdot k}} \quad \sqrt[nk]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Aufgabensammlung

Formeln für das Rechnen mit Wurzeln:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Das Rechnen mit Potenzen mit gebrochenem Exponenten – Lösungen

1. Kürze die Exponenten.

$$\begin{aligned} \text{a) } x^{\frac{5}{10}} \\ = x^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^{\frac{8}{12}} \\ = x^{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } z^{\frac{8}{10}} \\ = z^{\frac{4}{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt[6]{a^3} \\ = \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt[5]{b^{15}} \\ = b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt[9]{a^9} \\ = \sqrt{a^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt[3]{16} \\ = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \sqrt[3]{27} \\ = \sqrt[9]{3^3} = \sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt[4]{1,44} \\ = \sqrt[4]{1,2^2} = \sqrt{1,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } \sqrt[8]{225} \\ = \sqrt[8]{15^2} = \sqrt[4]{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } \sqrt[12]{64} \\ = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m) } \sqrt[8]{256x^4} \\ = \sqrt[8]{2^8 x^4} = 2\sqrt{x} \end{aligned}$$

2. Erweitere die Exponenten.

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[5]{a} \quad (3) \\ = \sqrt[15]{a^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[3]{b} \quad (2) \\ = \sqrt[6]{b^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt[6]{x} \quad (4) \\ = \sqrt[24]{x^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt[5]{2x} \quad (2) \\ = \sqrt[10]{4x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt[4]{0,6} \quad (3) \\ = \sqrt[12]{0,6^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt[4]{x^3} \quad (2) \\ = \sqrt[8]{x^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt[4]{y^5} \quad (2) \\ = \sqrt[8]{y^{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \sqrt[5]{z^2} \quad (3) \\ = \sqrt[15]{z^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt[n]{a^m} \quad (x) \\ = \sqrt[n \cdot x]{a^{m \cdot x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k) } \sqrt[p]{a^q} \quad (b) \\ = \sqrt[b \cdot p]{a^{b \cdot q}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l) } \sqrt[a]{b^c} \quad (d) \\ = \sqrt[d \cdot a]{b^{d \cdot c}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{m) } \sqrt[z]{d^x} \quad (a) \\ = \sqrt[a \cdot z]{d^{a \cdot x}} \end{aligned}$$

3. Bringe auf den gleichen Wurzelexponenten.

Beispiel:

$$\sqrt[3]{5} \text{ und } \sqrt[4]{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3 \cdot 4]{5^4} \text{ und } \sqrt[4 \cdot 3]{2^3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[12]{5^4} \text{ und } \sqrt[12]{2^3}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[3]{4} \text{ und } \sqrt[4]{3} \\ \Leftrightarrow \sqrt[12]{4^3} \text{ und } \sqrt[12]{3^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[7]{2} \text{ und } \sqrt{6} \\ \Leftrightarrow \sqrt[14]{2^2} \text{ und } \sqrt[14]{6^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt[5]{6} \text{ und } \sqrt[6]{7} \\ \Leftrightarrow \sqrt[30]{6^6} \text{ und } \sqrt[30]{7^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt[4]{a^3} \text{ und } \sqrt[5]{b^2} \\ \Leftrightarrow \sqrt[20]{a^{15}} \text{ und } \sqrt[20]{b^8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \sqrt[6]{c^5} \text{ und } \sqrt[3]{d^4} \\ \Leftrightarrow \sqrt[6]{c^5} \text{ und } \sqrt[6]{d^8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt[8]{a^3} \text{ und } \sqrt[7]{b^2} \\ \Leftrightarrow \sqrt[56]{a^{21}} \text{ und } \sqrt[56]{b^{16}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt[3]{5a^2} \text{ und } \sqrt[4]{3b^3} \\ \Leftrightarrow \sqrt[12]{5^4 a^8} \text{ und } \sqrt[12]{3^3 b^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \sqrt[5]{(2a)^4} \text{ und } \sqrt[4]{(3b)^5} \\ \Leftrightarrow \sqrt[20]{(2a)^{20}} \text{ und } \sqrt[20]{(3b)^{25}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt[6]{(ab)^5} \text{ und } \sqrt[5]{(cd)^2} \\ \Leftrightarrow \sqrt[30]{(ab)^{25}} \text{ und } \sqrt[30]{(cd)^{12}} \end{aligned}$$

4. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 3\sqrt[3]{3} + 7\sqrt[3]{3} - 4\sqrt[3]{3} \\ & = 6\sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 11\sqrt[4]{5} + 3\sqrt[4]{5} - 6\sqrt[4]{5} \\ & = 8\sqrt[4]{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 6\sqrt[n]{b} + 9\sqrt[n]{b} - 20\sqrt[n]{b} \\ & = -5\sqrt[n]{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 7\sqrt[3]{3b} - 12\sqrt[3]{3b} + 3\sqrt[3]{3b} \\ & = -2\sqrt[3]{3b} \end{aligned}$$

5. Vereinfache.

mathepower.de

$$\begin{aligned} \text{a) } & 5\sqrt[3]{12} - 4\sqrt[5]{7} + 8\sqrt[5]{7} - 6\sqrt[3]{12} + 4\sqrt[5]{7} - 12\sqrt[3]{12} \\ & = -13\sqrt[3]{12} + 8\sqrt[5]{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 3\sqrt[4]{a} - 2\sqrt[5]{b} - 6\sqrt[5]{b} + 8\sqrt[4]{a} + 3\sqrt[5]{b} - 7\sqrt[4]{a} \\ & = 4\sqrt[4]{a} - 5\sqrt[5]{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 4a\sqrt[n]{x} + 9b\sqrt[m]{y} - 3a\sqrt[n]{x} + 2b\sqrt[m]{y} - 7a\sqrt[n]{x} + 3b\sqrt[m]{y} \\ & = -6a\sqrt[n]{x} + 14b\sqrt[m]{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 2x\sqrt[3]{3b} - 4y\sqrt[5]{5d} + 6x\sqrt[3]{3b} - 5y\sqrt[5]{5d} - 6y\sqrt[5]{5d} + 14x\sqrt[3]{3b} \\ & = 22x\sqrt[3]{3b} - 15y\sqrt[5]{5d} \end{aligned}$$

6. Vereinfache.

Beispiel: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3 \cdot 27} = \sqrt[4]{81} = 3$

Oder: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = 3^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{\frac{1}{4}} = (3 \cdot 27)^{\frac{1}{4}} = 81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = 3$

Aufgabensammlung

$$\begin{aligned} \text{a) } & \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} \\ & = \sqrt[3]{125} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \sqrt[8]{2} \cdot \sqrt[8]{128} \\ & = \sqrt[8]{256} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \sqrt[4]{4a^3} \cdot \sqrt[4]{4a} \\ & = \sqrt[4]{16a^4} = 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \sqrt[3]{5x^2y} \cdot \sqrt[3]{25xy^2} \\ & = \sqrt[3]{125x^3y^3} = 5xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & \sqrt[6]{6^2x^2y^3z} \cdot \sqrt[6]{6^4x^4y^3z^5} \\ & = \sqrt[6]{6^6x^6y^6z^6} = 6xyz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } & \sqrt[3]{x+y} \cdot \sqrt[3]{(x+y)^2} \\ & = \sqrt[3]{(x+y)^3} = x+y \end{aligned}$$

7. Vereinfache.

Beispiel: $\sqrt[6]{4x^2} \cdot \sqrt[6]{16x^4} = \sqrt[6]{4x^2 \cdot 16x^4} = \sqrt[6]{64x^6} = 2x$

Oder: $\sqrt[6]{4x^2} \cdot \sqrt[6]{16x^4} = (4x^2)^{\frac{1}{6}} \cdot (16x^4)^{\frac{1}{6}} = (4x^2 \cdot 16x^4)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{64x^6} = 2x$

$$\begin{aligned} \text{a) } & \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2} \\ & = \sqrt[5]{x^5} = x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[8]{a^3} \\ & = \sqrt[8]{a^8} = a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \sqrt[5]{4a^3} \cdot \sqrt[5]{8a^2} \\ & = \sqrt[5]{32a^5} = 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{9a^2} \\ & = \sqrt[3]{27a^3} = 3a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & \sqrt[6]{x^2y^3z^5} \cdot \sqrt[6]{x^4y^3z} \\ & = \sqrt[6]{x^6y^6z^6} = xyz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \sqrt[4]{27a^3b} \cdot \sqrt[4]{3ab^3} \\ & = \sqrt[4]{81a^4b^4} = 3ab \end{aligned}$$

8. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^7} \\ & = \sqrt[5]{a^{10}} = a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \sqrt[4]{25b} \cdot \sqrt[4]{25b} \\ & = \sqrt[4]{25b^2} = 5\sqrt[4]{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \sqrt[4]{d^3} \cdot \sqrt[4]{d} \\ & = \sqrt[4]{d^4} = d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \sqrt[7]{x^4y^3z^5} \cdot \sqrt[7]{x^3y^4z^9} \\ & = \sqrt[7]{x^7y^7z^{14}} = xyz^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & \sqrt[6]{xy^2z^2} \cdot \sqrt[6]{x^2yz} \\ & = \sqrt[6]{x^3y^3z^3} = \sqrt{xyz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \sqrt[10]{p^2q^3r^2} \cdot \sqrt[10]{p^3q^2r^3} \\ & = \sqrt[10]{p^5q^5r^5} = \sqrt{pqr} \end{aligned}$$

9. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{\sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{14}} \\ & = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} \\ & = \sqrt[3]{27} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}} \\ & = \sqrt[3]{27} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} \\ & = \sqrt[5]{32} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{32}} \\ & = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt[4]{9}} \\ & = \sqrt[4]{81} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad & \frac{\sqrt[3]{9,6}}{\sqrt[3]{1,2}} \\ & = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad & \frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{128}} \\ & = \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

10. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[4]{a}} \\ & = \sqrt[4]{a^2} = \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{\sqrt[4]{8a^3}}{\sqrt[4]{2a}} \\ & = \sqrt[4]{4a^2} = \sqrt{2a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2}} \\ & = \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \frac{\sqrt[8]{x^6}}{\sqrt[8]{x^3}} \\ & = \sqrt[8]{x^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & \frac{\sqrt[5]{10a^7}}{\sqrt[5]{2a^2}} \\ & = \sqrt[5]{5a^5} = a\sqrt[5]{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a^4b}} \\ & = \sqrt[3]{\frac{b}{a^3}} = \frac{1}{a}\sqrt[3]{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad & \frac{\sqrt[n]{x^7}}{\sqrt[n]{x^3}} \\ & = \sqrt[n]{x^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad & \frac{\sqrt[n]{a^{n+3}}}{\sqrt[n]{a^3}} \\ & = \sqrt[n]{a^n} = a \end{aligned}$$

11. Ziehe teilweise die Wurzel.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt[3]{\frac{2}{27}} \\ & = \frac{\sqrt[3]{2}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \sqrt{\frac{7}{9}} \\ & = \frac{\sqrt{7}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \sqrt[4]{\frac{3}{16}} \\ & = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & \sqrt[3]{\frac{64a}{125}} \\ & = \frac{4}{5}\sqrt[3]{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & \sqrt[4]{\frac{x^2}{y^4}} \\ &= \frac{\sqrt[4]{x^2}}{\sqrt[4]{y^4}} = \frac{\sqrt{x}}{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & \sqrt[5]{\frac{6b^7}{11a^5}} \\ &= \frac{1}{a} \sqrt[5]{\frac{6b^7}{11}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad & \sqrt[n]{\frac{a^n}{b}} \\ &= \frac{a}{\sqrt[n]{b}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad & \sqrt[n]{\frac{a^{n+1}}{b^n}} \\ &= \frac{\sqrt[n]{a^{n+1}}}{b} \end{aligned}$$

12. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{3^3} \\ \text{b)} \quad & \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[12]{4^4} \cdot \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{4^4 \cdot 3^3} \\ \text{c)} \quad & \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[5]{3} = \sqrt[20]{2^5} \cdot \sqrt[20]{3^4} = \sqrt[20]{2^5 \cdot 3^4} \\ \text{d)} \quad & \sqrt[9]{3} \cdot \sqrt[10]{3} = \sqrt[90]{3^2} \cdot \sqrt[90]{3^1} = \sqrt[90]{3^3} \\ \text{e)} \quad & \sqrt[6]{12} \cdot \sqrt[5]{11} = \sqrt[30]{12^5} \cdot \sqrt[30]{11^6} = \sqrt[30]{12^5 \cdot 11^6} \\ \text{f)} \quad & \sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[5]{14} = \sqrt[20]{7^5} \cdot \sqrt[20]{14^4} = \sqrt[20]{7^5 \cdot 14^4} \\ \text{g)} \quad & \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} = \sqrt[6]{x^3} \cdot \sqrt[6]{x^4} = \sqrt[6]{x^7} \\ \text{h)} \quad & \sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a^5} = \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^5} = \sqrt[4]{a^7} \end{aligned}$$

13. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{5^3} \\ \text{b)} \quad & \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{5^6} = 5 \\ \text{c)} \quad & \sqrt[3]{6^4} \cdot \sqrt[4]{6^3} = \sqrt[12]{6^{16}} \cdot \sqrt[12]{6^9} = \sqrt[12]{6^{25}} \\ \text{d)} \quad & \sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[12]{2^9} \cdot \sqrt[12]{2^8} = \sqrt[12]{2^{17}} \\ \text{e)} \quad & \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^4} = \sqrt[15]{x^0} \cdot \sqrt[15]{x^{12}} = \sqrt[15]{x^{12}} \\ \text{f)} \quad & \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^2} = \sqrt[20]{x^{15}} \cdot \sqrt[20]{x^8} = \sqrt[20]{x^{23}} \\ \text{g)} \quad & \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n \cdot m]{b^m} \cdot \sqrt[n \cdot m]{b^n} = \sqrt[n \cdot m]{b^{m+n}} \\ \text{h)} \quad & \sqrt{x^3} \cdot \sqrt[3]{b^2} = \sqrt[6]{a^3} \cdot \sqrt[6]{b^2} = \sqrt[6]{a^3 b^2} \end{aligned}$$

14. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (\sqrt[6]{a})^3 = \sqrt{a} \\ \text{b)} \quad & (\sqrt[4]{x^3})^8 = x^6 \\ \text{c)} \quad & (\sqrt[4]{b^5})^8 = b^{10} \\ \text{d)} \quad & (\sqrt[4]{x^3})^{10} = \sqrt{x^{15}} \\ \text{e)} \quad & (\sqrt[5]{a^3})^3 = \sqrt[5]{a^9} \\ \text{f)} \quad & (\sqrt[6]{b^5})^2 = \sqrt[3]{b^5} \\ \text{g)} \quad & (\sqrt[n]{x^3})^{2n} = x^6 \\ \text{h)} \quad & (\sqrt[2n]{y^3})^n = \sqrt{y^3} \end{aligned}$$

15. Vereinfache.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt[3]{64} = \sqrt[6]{64} = 2 \\ \text{b)} \quad & \sqrt[3]{729} = \sqrt[6]{729} = 3 \\ \text{c)} \quad & \sqrt[3]{15625} = \sqrt[6]{15625} = 5 \\ \text{d)} \quad & \sqrt[4]{4096} = \sqrt[12]{4096} = 2 \end{aligned}$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{\sqrt{8}} \\ = \sqrt[6]{8}$$

$$\text{f) } \sqrt[4]{\sqrt{10}} \\ = \sqrt[8]{10}$$

$$\text{g) } \sqrt[3]{\sqrt[3]{500}} \\ = \sqrt[9]{500}$$

$$\text{h) } \sqrt[4]{\sqrt{247}} \\ = \sqrt[8]{247}$$

16. Vereinfache.

$$\text{a) } \sqrt[3]{\sqrt{x^6}} \\ = \sqrt[6]{x^6} = x$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{b^6}} \\ = \sqrt[12]{b^6} = \sqrt{b}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\sqrt{b^3}} \\ = \sqrt[6]{b^3} = \sqrt{b}$$

$$\text{d) } \sqrt[5]{\sqrt[4]{a^{10}}} \\ = \sqrt[20]{a^{10}} = \sqrt{a}$$

$$\text{e) } \sqrt[4]{\sqrt[3]{x}} \\ = \sqrt[12]{x}$$

$$\text{f) } \sqrt[n]{\sqrt{y^3}} \\ = \sqrt[2n]{y^3}$$

$$\text{g) } \sqrt[n]{\sqrt[m]{a^3}} \\ = \sqrt[nm]{a^3}$$

$$\text{h) } \sqrt[4]{\sqrt[n]{a^5}} \\ = \sqrt[4n]{a^5}$$

Demo

Aufgabensammlung

Darstellung der Wurzel als Potenz mit gebrochenem Exponenten – Lösungen

1. Schreibe als Potenz mit gebrochenem Exponenten.

a) $\sqrt[3]{30}$ $= 30^{\frac{1}{3}}$	b) $\sqrt[7]{a}$ $= a^{\frac{1}{7}}$	c) $\sqrt[8]{x}$ $= x^{\frac{1}{8}}$	d) $\sqrt[4]{\frac{12}{17}}$ $= \left(\frac{12}{17}\right)^{\frac{1}{4}}$
e) $\sqrt[3]{5a}$ $= (5a)^{\frac{1}{3}}$	f) $\sqrt[8]{5^3}$ $= 5^{\frac{3}{8}}$	g) $\sqrt[7]{b^{11}}$ $= b^{\frac{11}{7}}$	h) $\sqrt[5]{c^y}$ $= c^{\frac{y}{5}}$
i) $\sqrt[n]{5^m}$ $= 5^{\frac{m}{n}}$	k) $\sqrt[x]{5^y}$ $= 5^{\frac{y}{x}}$	l) $\sqrt{3^x}$ $= 3^{\frac{x}{2}}$	m) $\sqrt[4]{c^a}$ $= c^{\frac{a}{4}}$

2. Schreibe als Wurzel.

a) $5^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{5^2}$	b) $7^{\frac{3}{5}}$ $= \sqrt[5]{7^3}$	c) $2^{\frac{2}{9}}$ $= \sqrt[9]{2^2}$	d) $0,3^{\frac{3}{4}}$ $= \sqrt[4]{0,3^3}$
e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$ $= \sqrt[6]{\frac{1}{2}}$	f) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{7}{8}}$ $= \sqrt[8]{\left(\frac{3}{7}\right)^7}$	g) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2}{7}}$ $= \sqrt[7]{\left(\frac{1}{10}\right)^2}$	h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^2}$
i) $(xy)^{\frac{3}{4}}$ $= \sqrt[4]{(xy)^3}$	k) $(py)^{\frac{a}{b}}$ $= \sqrt[b]{(py)^a}$	l) $(mn)^{\frac{x}{y}}$ $= \sqrt[y]{(mn)^x}$	m) $(cd)^{\frac{m}{n}}$ $= \sqrt[n]{(cd)^m}$

3. Bestimme den Wert folgender Wurzeln.

a) $\sqrt[4]{10000}$ $= 10$	b) $\sqrt[8]{1}$ $= 1$	c) $\sqrt[4]{256}$ $= 4$	d) $\sqrt[6]{64}$ $= 2$
e) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ $= \frac{3}{4}$	f) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$ $= \frac{2}{5}$	g) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$ $= \frac{1}{6}$	h) $\sqrt[5]{\frac{32}{3125}}$ $= \frac{2}{5}$
i) $\sqrt{38,44}$ $= 6,2$	k) $\sqrt[5]{0,00001}$ $= 0,1$	l) $\sqrt[9]{19683}$ $= 3$	m) $\sqrt[5]{7776}$ $= 6$

4. Bestimme den (ungefähren) Wert folgender Wurzeln. Runde nach 4 Stellen.

$$\text{a) } \sqrt[4]{200} \\ \approx 3,7606$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{12} \\ \approx 2,2894$$

$$\text{c) } \sqrt[10]{1,1} \\ \approx 1,0096$$

$$\text{d) } \sqrt[7]{122} \\ \approx 1,9863$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{\frac{5}{22}} \\ \approx 0,6103$$

$$\text{f) } \sqrt[5]{\frac{3}{7}} \\ \approx 0,8441$$

$$\text{g) } \sqrt[6]{\frac{3}{512}} \\ \approx 0,4246$$

$$\text{h) } \sqrt[7]{\frac{5}{1111}} \\ \approx 0,4621$$

$$\text{i) } \sqrt[3]{0,002} \\ \approx 0,126$$

$$\text{k) } \sqrt[3]{34,77} \\ \approx 3,2639$$

$$\text{l) } \sqrt[8]{123,449} \\ \approx 1,8257$$

$$\text{m) } \sqrt[5]{24223,55} \\ \approx 7,5309$$

5. Schreibe in Potenzform und berechne.

$$\text{a) } \sqrt[5]{a^5} \\ = a^{\frac{5}{5}} = a^1 = a$$

$$\text{b) } (\sqrt[7]{a})^7 \\ = a^{\frac{7}{7}} = a$$

$$\text{c) } \sqrt[5]{a^{10}} \\ = a^{\frac{10}{5}} = a^2$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{a^{16}} \\ = a^{\frac{16}{4}} = a^4$$

$$\text{e) } \sqrt[7]{x^{21}} \\ = x^{\frac{21}{7}} = x^3$$

$$\text{f) } \sqrt[4]{a^{24}} \\ = a^{\frac{24}{4}} = a^6$$

$$\text{g) } \sqrt[3]{125x^{21}} \\ = \sqrt[3]{5^3 x^{21}} = 5x^7$$

$$\text{h) } \sqrt[3]{27a^6} \\ = \sqrt[3]{3^3 a^6} = 3a^2$$

$$\text{i) } (\sqrt[4]{x^3})^8 \\ = (x^{\frac{3}{4}})^8 \\ = (x^3)^2 = x^6$$

$$\text{k) } (\sqrt[3]{x^2})^6 \\ = x^4$$

$$\text{l) } (\sqrt{x^5})^8 \\ = x^{20}$$

$$\text{m) } (\sqrt[3]{x^2})^6 \\ = x^4$$